

Beschleunigerphysik und radiometrische Eigenschaften supraleitender Wellenlängenschieber

DISSERTATION

zur Erlangung des akademischen Grades
doctor rerum naturalium
(Dr. rer. nat.)
im Fach Physik

eingereicht an der
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät I
Humboldt-Universität zu Berlin

von
Herrn Dipl.-Phys. Michael Scheer
geboren am 12.12.1958 in Duisburg

Präsident der Humboldt-Universität zu Berlin:

Prof. Dr. Dr. h.c. Christoph Marksches

Dekan der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät I:

Prof. Dr. Lutz-Helmut Schön

Gutachter:

1. Prof. Dr. Eberhard Jaeschke
2. Prof. Dr. Thomas Lohse
3. Prof. Dr. Shaukart Khan

eingereicht am: 20. Juni 2008

Tag der mündlichen Prüfung: 17. November 2008

Abstract

Subject of this thesis is the operation of wave-length shifters at electron storage rings and their use in radiometry. The basic aspects of the radiometry, the technical requirements, the influence of wave-length shifters on the storage ring, and results of first measurements are presented for a device installed at BESSY.

Most of the calculations are carried out by the program WAVE, which has been developed within this thesis. WAVE allows to calculate the synchrotron radiation spectra of wave-length shifters within an relative uncertainty of 1/100000.

The properties of wave-length shifters in terms of accelerator physics as well as a generating function for symplectic tracking calculations can also be calculated by WAVE. The later was implemented in the tracking code BETA to investigate the influence of insertion devices on the dynamic aperture and emittance of the storage ring. These studies led to the concept of alternating low- and high-beta-sections at BESSY-II, which allow to operate superconducting insertion devices without a significant distortion of the magnetic optics.

To investigate the experimental aspects of the radiometry at wave-length shifters, a program based on the Monte-Carlo-code GEANT4 has been developed. It allows to simulate the radiometrical measurements and the absorption properties of detectors.

With the developed codes first radiometrical measurements by the PTB have been analysed. A comparison of measurements and calculations show a reasonable agreement with deviations of about five percent in the spectral range of 40 - 60 keV behind a 1-mm-Cu filter. A better agreement was found between 20 keV and 80 keV without Cu filter. In this case the measured data agreed within a systematic uncertainty of two percent with the results of the calculations.

Keywords:

wavelength shifter, synchrotron radiation, electron storage ring, BESSY, metrology, radiometry

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit behandelt die radiometrischen Nutzung von Wellenlängenschiebern (WLS) an Elektronenspeicherringen. Die grundsätzlichen Aspekte der Radiometrie, der technischen Voraussetzungen und des Einflusses von WLS auf den Speicherring werden am Beispiel eines bei der Berliner Elektronen-Speicherring-Gesellschaft für Synchrotronstrahlung (BESSY) installierten Gerätes aufgezeigt. Ein wesentlicher Teil der Aufgabenstellung lag in der Entwicklung geeigneter Methoden und Computerprogramme für diese Untersuchungen.

Der Arbeit liegt ein Gutachten des Verfassers [1] über Planung und Betrieb supraleitender WLS zugrunde. Es war auch die Grundlage für die Planung eines WLS, der von der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) am Speicherring BESSY II betrieben wird.

Ein Großteil der Rechnungen wurde mit dem Programm WAVE durchgeführt, das im Rahmen der Arbeit entwickelt wurde, um die Abstrahlcharakteristiken von Insertion Devices mit hoher Präzision zu bestimmen. WAVE erlaubt es, die spektrale Verteilung der Synchrotronstrahlung von WLS mit einer relativen Unsicherheit von 10^{-5} zu berechnen. Die Einflüsse der Strahlemittanz und Strahlenergiebreite auf das Spektrum der Strahlung können berücksichtigt werden. Zahlreiche Unterprogramme ermöglichen die Eingabe und Handhabung nahezu beliebiger Magnetfelder.

Wesentliche maschinenphysikalische Eigenschaften eines WLS wie Emittanzänderung und Strahlpolarisation des Speicherringes sowie Lineare Transfermatrizen und Erzeugende-Funktionen für symplektische Tracking-Rechnungen können ebenfalls mit WAVE berechnet werden. Letztere wurden über dafür entwickelte Schnittstellen in den Tracking-Code BETA implementiert. Damit lassen sich die Einflüsse von Insertion Devices auf die dynamische Apertur und die Emittanz des Speicherringes mit BETA untersuchen. Die Ergebnisse dieser Studien führten bei BESSY II zum Konzept alternierender High- und Low-Beta-Sektionen, die den Betrieb supraleitender Insertion Devices ohne signifikante Störung der Speicherringoptik ermöglichen.

Um auch die Wechselwirkung der Strahlung mit Detektoren und insbesondere den Einfluss gestreuter Teilchen auf die Radiometrie im Röntgenbereich simulieren zu können, wurde ein Programm auf der Basis des Monte-Carlo-Codes GEANT4 entwickelt. Es erlaubt die Eingabe eines experimentellen Aufbaus, das Einlesen einer mit WAVE berechneten Teilchenbahn und die vollständige Simulation der radiometrischen Messung und der Absorptionseigenschaften eines Detektors.

Mit den entwickelten Programmen wurden erste radiometrische Messungen der PTB aus dem Jahr 2005 analysiert. Ein Vergleich zwischen Messungen und Rechnung zeigt eine zufriedenstellende Übereinstimmung mit Abweichungen von ca. fünf Prozent für Messungen im Energiebereich zwischen 40 keV und 120 keV hinter einem 1-mm-Kupferfilter. Eine bessere Übereinstimmung wurde im Bereich von $20 - 80\text{ keV}$ ohne Kupferfilter erzielt. In diesem Fall stimmen die gemessenen Daten im Rahmen der systematischen Unsicherheiten von zwei Prozent mit den Rechnungen überein. Einige Ergebnisse dieser Arbeit wurden von der PTB in eine gemeinsame Veröffentlichung aufgenommen [2].

Eine weitere Reduzierung der systematischen Unsicherheiten wird durch eine verbesserte Magnetfeldmessung am WLS und eine bessere Charakterisierung der Detektoreintrittsblende erwartet. Insgesamt zeichnet sich die Eignung des WLS der PTB als primäres Strahlungsnormale im Röntgenbereich ab und bestätigt damit die theoretischen Vorarbeiten.

Schlagwörter:

Wellenlängenschieber, Synchrotronstrahlung, Elektronenspeicherring, BESSY, Metrologie, Radiometrie

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Grundlagen	3
2.1	Berechnung der WLS-Strahlungscharakteristik	3
2.1.1	Definitionen und Koordinatensysteme	3
2.1.2	Berechnung des spektralen Photonenflusses	5
2.1.3	Schwinger-Formel	6
2.1.4	Berücksichtigung der Emittanz und der Energiebreite des Elektronenstrahls	7
2.1.5	Pole des WLS als separate Strahlungsquellen	8
3	Das Programm WAVE	11
4	Berechnung von Synchrotronstrahlung mit WAVE	15
4.1	Methoden	15
4.1.1	Elektronenbahn	15
4.1.2	Quellpunkte	15
4.1.3	Integrationsverfahren	15
4.1.4	Spektraler Photonenfluss	16
4.1.5	Emittanz und Energiebreite	17
4.2	Strahlungscharakteristik eines WLS	17
4.3	Vergleich mit Dipol-Spektren	20
4.4	Genauigkeit der Berechnung	22
5	Systematische Unsicherheiten der Radiometrie an einem Wellenlängenschieber	25
5.1	Synchrotronstrahlung des Wellenlängenschiebers	25
5.1.1	Beschränkung auf den Hauptpol als radiometrische Quelle	25
5.1.2	Streustrahlung	25
5.1.3	Einfluss der Ringdipole	25
5.2	Quellen der Unsicherheit	26
5.2.1	Elektronenenergie	26
5.2.2	Magnetische Induktion	26
5.2.3	Fehlaufstellungen des Wellenlängenschiebers	27
5.2.4	Abstand Quellpunkt - Blende	30
5.2.5	Elektronenstrom	31
5.2.6	Emittanz und Energiebreite des Strahls	31

5.2.7	Resultierende Unsicherheit	31
6	Einfluss eines Wellenlängenschiebers auf die Speicherringoptik	35
6.1	Das asymmetrische Wellenlängenschieber-Modell	35
6.2	Einfluss auf die Emittanz	36
6.2.1	Berechnung der Natürlichen Emittanz	37
6.2.2	Innere Dispersion des Wellenlängenschiebers	38
6.2.3	Einfluss der Beta-Funktion auf die Emittanz	39
6.2.4	Emittanzberechnungen für das AHW-Modell	43
6.2.5	Einfluss eines Wellenlängenschiebers auf die Energiebreite	46
6.3	Trackingrechnungen	46
6.3.1	Kanonische Variablen und Erzeugende-Funktionen	46
6.3.2	Zweidimensionale Fourier-Entwicklung des Magnetfeldes	53
6.3.3	3D-Effekte und Sextupolkomponenten	54
6.3.4	Implementierung des kanonischen Trackings in das Programm BETA	56
6.3.5	Behandlung der Sollbahn	57
6.4	Nichtlineare Effekte und dynamische Apertur	58
6.4.1	Beta-Funktion	59
6.4.2	Dynamische Apertur	59
6.5	Dipolfehler	61
6.6	Polarisation des Elektronenstrahls	62
6.7	Zusammenfassung des Kapitels	65
7	Anforderungen an den Speicherring zum Einbau von Wellenlängen- schiebern	67
7.1	Korrektur der Optik	67
7.2	Horizontale Beta-Funktion	67
7.3	Strahllagestabilität	68
7.4	Vakuumkammer und Auslasssystem	68
7.4.1	Wärmebelastung und Photodesorption	68
7.4.2	Apertur der Speicherringmagnete	68
7.4.3	Kollimator	69
7.5	HF-System	70
8	Spezifikation eines Wellenlängenschiebers für die Radiometrie bei BESSY II	71
8.1	Festlegung des Magnetfeldes	71
8.1.1	Allgemeine Vorgaben	71
8.1.2	Optimierung der Modellparameter	71
8.2	Spezifikation des Magnetfeldes	74
8.3	Reproduzierbarkeit und Überwachung des Magnetfeldes	77
8.4	Strahllage im Wellenlängenschieber	77
8.5	Vakuumkammer	78
8.5.1	Besondere Anforderungen an die Konstruktion	78

8.5.2	Thermische Belastung der Vakuumkammer und Photo-desorption	78
9	Der Wellenlängenschieber der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt bei BESSY II	79
9.1	Bau und Betrieb des Wellenlängenschiebers	79
9.2	Magnetfeld und Trajektorie	79
9.3	Effekte auf den Speicherring	81
9.3.1	Magnetoptik und Korrekturschema	81
9.3.2	Emittanz	82
9.3.3	Dynamische Apertur und Lebensdauer	83
10	Radiometrie am Wellenlängenschieber der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt	85
10.1	Messung und Überwachung des Magnetfeldes	85
10.2	3D-Simulation des Magnetfeldes	85
10.3	Trajektorien und Lage der Quellpunkte	87
10.3.1	Aktuelle Bestromung	87
10.3.2	Betrieb des Wellenlängenschiebers im 3-Pol-Modus	88
10.4	Messung des Ringstroms und der Strahlenergie	90
10.5	Aufbau des Messplatzes	90
11	Vergleich von Rechnungen und Messungen	93
11.1	Auswertung der Messungen	93
11.2	Systematische Unsicherheiten	104
11.3	Diskussion	105
11.4	Ausblick	107
	Glossar	109
	Literaturverzeichnis	115
	Abbildungsverzeichnis	119
	Tabellenverzeichnis	121

Kapitel 1

Einleitung

Der Elektronenspeicherring BESSY wurde von der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) als Strahlungsnormale im UV/VUV-Bereich etabliert [3, 4, 5]. Mit der Planung der Nachfolgeanlage BESSY II [6] ergab sich die Frage, ob die Radiometrie mit Synchrotronstrahlung auf den Röntgenbereich bis etwa 150 keV ausgedehnt werden könne. Bei einer Strahlenergie von 1.7 GeV erfordert dies den Einsatz von supraleitenden Wellenlängenschiebern (WLS) mit einer Feldstärke im Bereich von 6 Tesla. Um zu klären, ob ein derartiges Gerät für die Radiometrie geeignet sei und am damals in der Planung befindlichen Ring betrieben werden könne, gab die PTB ein Gutachten [1] bei der BESSY m.b.H in Auftrag. Dieses Gutachten wurde vom Autor erstellt. Es bildete die Basis für die Planung der radiometrischen Nutzung von Wellenlängenschiebern und den Betrieb anderer supraleitender Wiggler am Speicherring BESSY II und liegt zusammen mit Technischen Berichten [7] über supraleitende WLS dieser Arbeit zugrunde.

In den folgenden Kapiteln werden zunächst die physikalischen Grundlagen der Synchrotronstrahlung, ihre Berechnung und die maschinenphysikalischen Aspekte supraleitender Wellenlängenschieber beschrieben. Es folgt die Anwendung der entwickelten Methoden am Beispiel des WLS der PTB [8] am Speicherring BESSY II. Die Arbeit schließt mit einem Vergleich der theoretischen Ergebnisse mit ersten Messungen der PTB, die eine zufriedenstellende Übereinstimmung im Rahmen der experimentellen Unsicherheiten zeigen.

Kapitel 2

Grundlagen

2.1 Berechnung der Strahlungscharakteristik von Wellenlängenschiebern

2.1.1 Definitionen und Koordinatensysteme

Begriffe

Im Rahmen dieser Arbeit wird mit Wellenlängenschieber (WLS) eine Magnetfeldkonfiguration bezeichnet, die aus einem starken supraleitenden Hauptpol und schwächeren Randpolen besteht. Wie in der Skizze (2.1) dargestellt, wird vorausgesetzt, dass das Gerät symmetrisch aufgebaut ist. Der Elektronenstrahl wird beim Durchgang durch den WLS vom ersten Randpol ausgelenkt und vom Hauptpol sowie vom zweiten Randpol wieder auf die Achse geführt. Im starken Magnetfeld des Hauptpols strahlen die Elektronen Synchrotronstrahlung ab, die im Vergleich zur Strahlung der Ringdipole zu kürzeren Wellenlängen verschoben ist. Aus diesem Grund wird das Gerät als Wellenlängenschieber bezeichnet.

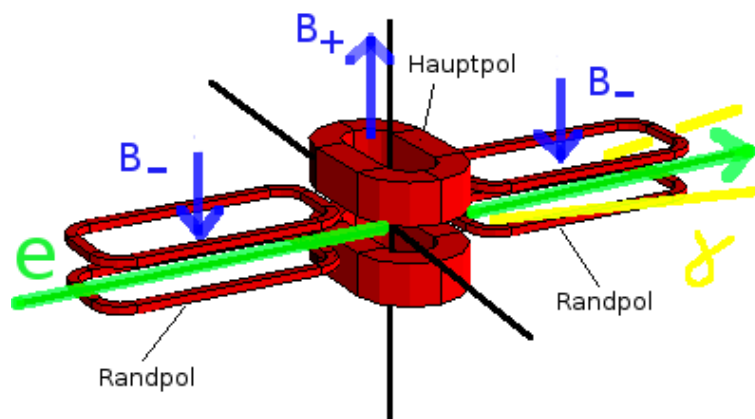


Abbildung 2.1: Skizze eines supraleitenden Wellenlängenschiebers

In dieser Arbeit werden drei bei BESSY II installierte supraleitende WLS betrachtet. Zwei dieser Geräte sind baugleich. Das eine wird als PTB-Wellenlängenschieber (PTB-WLS)

bezeichnet. Es wird gemeinsam von der PTB und der Bundesanstalt für Materialforschung- und Prüfung (BAM) betrieben. Das andere (PSF-WLS) wird für die Protein-Struktur-Kristallographie genutzt. Zum Vergleich dient wegen seines typischen Aufbaus ein WLS für die Lithografie-Strahlrohre. Er wird LIGA-Wellenlängenschieber bzw. LIGA-WLS genannt.

Die magnetische Induktion wird im Text oft als Magnetfeld bezeichnet. Wenn nicht anders angegeben, ist die vertikale Komponente gemeint.

Die verwendete Bezeichnung „Schwinger-Formel“ bezieht sich auf die von J. Schwinger angegebene Formel [9], die die Synchrotronstrahlung eines hochrelativistischen Teilchens in einem konstanten Magnetfeld (z.B. einem Ringdipol) beschreibt. Die vorkommenden spektralen Größen werden im allgemeinen nicht auf ein Frequenz- oder Energieintervall $d\omega$ bzw. dE_p der Strahlung, sondern auf die dimensionslose Bandbreite (BW) $d\omega/\omega$ oder dE_p/E_p bezogen. Der spektrale Photonenfluss $d\Phi_p/(d\omega/\omega) = d^2N_p/dt/(d\omega/\omega)$ bezeichnet das Integral der spektralen Photonenbestrahlungsstärke $d^2\Phi_p/dA/(d\omega/\omega)$ über die Fläche einer Blende:

$$\frac{d\Phi_p}{d\omega/\omega} = \int_{\text{Blende}} \frac{d^2\Phi_p}{dA d\omega/\omega} dA. \quad (2.1)$$

Abkürzungen

Ein Verzeichnis der benutzten Abkürzungen und in den Formeln verwendeter Zeichen befindet sich im Anhang.

Koordinatensysteme

Es werden zwei Koordinatensysteme - ein ortsfestes Laborsystem und ein längs der Sollbahn des Teilchens mitbewegtes System - benutzt. Das überwiegend verwendete Laborsystem (Abb. 2.2) dient der absoluten Ortsangabe z.B. bei der Beschreibung der Geometrie des Speicherringes, des WLS und der Position des Beobachters. Die x-Achse des Koordinatensystems wird durch die gerade Strecke des Ringes definiert, in dem der WLS steht. Die x-z-Ebene ist durch die Ringebene gegeben.

Das Zentrum des WLS befindet sich bei fehlerfreier Aufstellung in der Mitte der geraden Strecke. Es liegt im Ursprung des Koordinatensystems, und die Längsachse des Gerätes fällt mit der x-Achse¹ zusammen. Die Teilchenbahn wird durch den Vektor $\vec{r}(t) = [x(t), y(t), z(t)]$ als Funktion der Zeit t bzw. der Bahnkoordinate $s = \beta c \cdot t$ oder durch den Vektor $\vec{r}(x) = [x, y(x), z(x)]$ beschrieben. Die ideale Sollbahn eines Teilchens verläuft in der Ringebene, d.h. bei $y = 0$. Unabhängig vom Laborsystem wird ein mitbewegtes Koordinatensystem zur Beschreibung der Teilchendynamik und der zugehörigen optischen Funktionen $\beta_x(s), \beta_y(s), \eta(s)$ benutzt. In diesem System beschreiben die Koordinaten $x(s), y(s)$ den horizontalen und vertikalen Abstand eines Teilchens zur Sollbahn, die durch $x(s) \equiv 0, y(s) \equiv 0$ gegeben ist.

¹In einigen Abschnitten dieser Arbeit wird von dieser Konvention abgewichen und die x- und z-Achsen vertauscht. Darauf wird im Einzelfall hingewiesen.

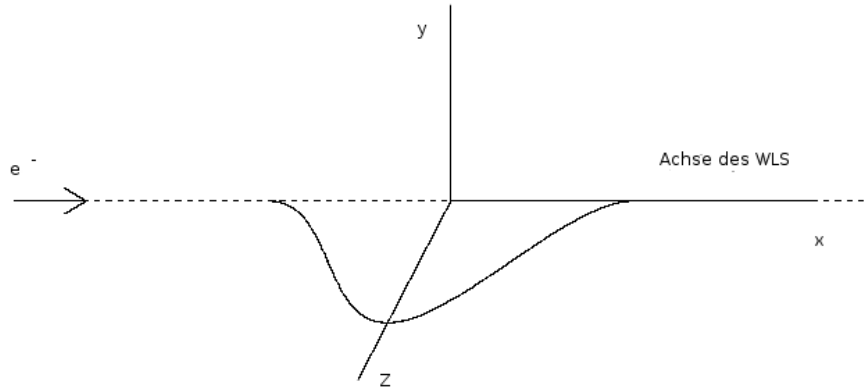


Abbildung 2.2: Ortsfestes Koordinatensystem und Teilchenbahn im WLS

2.1.2 Berechnung des spektralen Photonenflusses

Hochrelativistische Elektronen strahlen im Magnetfeld einen Teil ihrer Energie in Form von Synchrotronstrahlung ab. Die Abstrahlung erfolgt scharf gebündelt in einen Winkelbereich von etwa $\pm 1/\gamma$ um die Bewegungsrichtung der Elektronen. Das Spektrum der Strahlung - hier die abgestrahlte Energie pro Raumwinkel- und Frequenzintervall - lässt sich aus einer numerischen Integration längs der Teilchentrajektorie durch das Magnetfeld bzw. über die zugehörige Zeitspanne ΔT berechnen [10]:

$$\frac{d^2 E_e}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{16\pi^3 \epsilon_0 c} \left| \int_0^{\Delta T} \frac{\vec{n}(t) \times [(\vec{n}(t) - \vec{\beta}(t)) \times \dot{\vec{\beta}}(t)]}{(1 - \vec{\beta}(t)\vec{n}(t))^2} e^{i\omega(t+R(t)/c)} dt \right|^2 \quad (2.2)$$

Daraus ergibt sich die spektrale Bestrahlungsstärke $d^2\Phi_I/dA/d\omega$ für den Elektronenstrom I und das Flächenelement $dA = R^2 d\Omega$ zu

$$\frac{d^2\Phi_I}{dA d\omega} = \frac{e}{16\pi^3 \epsilon_0 c} I \left| \int_0^{\Delta T} \frac{1}{R(t)} \frac{\vec{n}(t) \times [(\vec{n}(t) - \vec{\beta}(t)) \times \dot{\vec{\beta}}(t)]}{(1 - \vec{\beta}(t)\vec{n}(t))^2} e^{i\omega(t+R(t)/c)} dt \right|^2 \quad (2.3)$$

Die Integration erfolgt zwar kohärent über die gesamte Teilchenbahn, wesentliche Beiträge zum Integral kommen jedoch nur aus dem Bereich, für den die Beobachtungsrichtung im Öffnungswinkel $\pm 1/\gamma$ der Strahlung liegt. Bei einem Undulator erstreckt sich dieser Bereich über das ganze Gerät, während bei einem WLS die Integration über einzelne von einander getrennte Teilstücke der Bahn durchgeführt wird und die Beiträge danach inkohärent addiert werden. Die Teilstücke der Trajektorie entsprechen den Polen des WLS und bilden die „Quellpunkte“, von denen Licht zum Beobachter abgestrahlt wird. Dies ist in der Abbildung 2.3 veranschaulicht.

Die Abbildung zeigt die Teilchenbahn in der Orbitebene (x-z-Ebene). Der Beobachter im Punkt P sieht zwei Quellpunkte, deren Lage dadurch definiert ist, dass sich die zu den Quellpunkten gehörenden Tangenten an die Teilchenbahn im Punkt P schneiden.

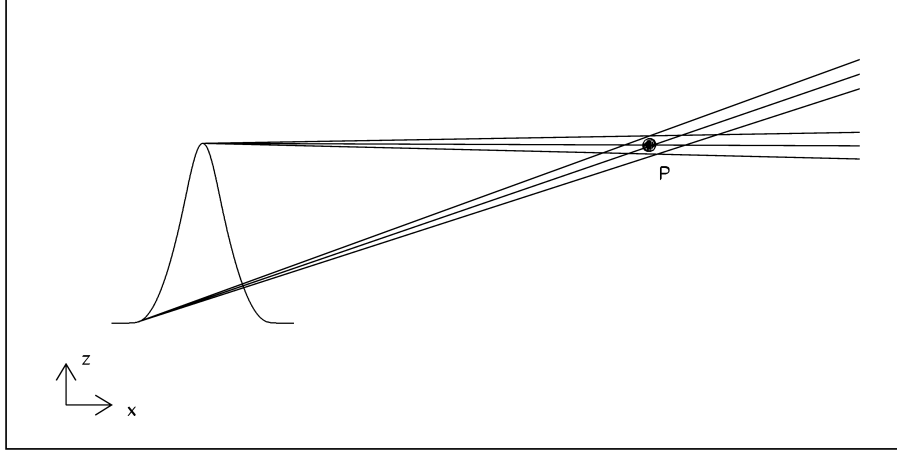


Abbildung 2.3: Schematische Darstellung der Teilchenbahn des Elektrons im WLS und der Synchrotronstrahlung von zwei Quellpunkten. Die Quellpunkte für den Beobachter im Punkt P sind Bereiche der Teilchenbahn, an denen das Elektron innerhalb des Öffnungswinkels des Strahlungskegels auf ihn zufliegt.

Die spektrale Photonenbestrahlungsstärke $d^2\Phi_p/dA/d\omega$ ergibt sich aus der spektralen Bestrahlungsstärke, indem man letztere durch die Photonenergie $E = \hbar\omega$ dividiert:

$$\frac{d^2\Phi_p}{dA d\omega} = \frac{1}{\hbar\omega} \frac{d^2\Phi_I}{dA d\omega} \quad (2.4)$$

oder

$$\frac{d^2\Phi_p}{dA d\omega/\omega} = \frac{1}{\hbar} \frac{d^2\Phi_I}{dA d\omega}. \quad (2.5)$$

Die auf die Bandbreite $d\omega/\omega$ bezogene spektrale Photonenbestrahlungsstärke ist also proportional zur spektralen Bestrahlungsstärke. Der für die Radiometrie wichtige spektrale Photonenfluss durch eine vorgegebene Blende wird durch Integration der spektralen Bestrahlungsstärke über die Blendenfläche ermittelt (Gl. 2.1). Er wird meist in der Einheit $1/s/0.1\% BW$ angegeben.

2.1.3 Schwinger-Formel

Die Integration in Gl. 2.3 wurde für ein konstantes Magnetfeld erstmals näherungsweise von J. Schwinger [9] durchgeführt. Für die spektrale Bestrahlungsstärke ergibt sich folgende Formel:

$$\frac{d^2\Phi_I}{dA d\omega} = \frac{e}{12\pi^3\epsilon_0 c} \frac{I}{R^2} \left(\frac{\omega\rho}{c}\right)^2 \left(\frac{1}{\gamma^2} + \Psi^2\right)^2 \left[K_{2/3}^2(\xi) + \frac{\Psi^2}{(1/\gamma^2) + \Psi^2} K_{1/3}^2(\xi) \right] \quad (2.6)$$

mit

$$\xi = \frac{\omega}{2\omega_c} (1 + (\gamma\Psi)^2)^{3/2} \quad (2.7)$$

$$\omega_c = \frac{3}{2} \gamma^3 c / \rho \quad (2.8)$$

Die Funktionen $K_{1/3}$ und $K_{2/3}$ bezeichnen die modifizierten Bessel-Funktionen, Ψ den vertikalen Beobachtungswinkel und ρ den Biegeradius der Elektronenbahn im konstanten Magnetfeld. Die charakteristische Energie

$$E_c = \hbar\omega_c \quad (2.9)$$

$$E_c[\text{keV}] \approx 0.665 E^2[\text{GeV}] B[\text{T}] \quad (2.10)$$

ist die Energie, ober- und unterhalb derer die Hälfte der Leistung abgestrahlt wird. Inwieweit die Schwinger-Formel bei der Berechnung der Synchrotronstrahlung eines WLS benutzt werden kann, wird im Kapitel 4 diskutiert.

2.1.4 Berücksichtigung der Emittanz und der Energiebreite des Elektronenstrahls

Die endliche Strahlgröße (Emittanz) des Elektronenstrahls bewirkt, dass das Licht verschiedener Elektronen in einer vorgegebenen Blende jeweils eine geringfügig andere räumliche Verteilung aufweist. Die Strahlgröße wird durch eine Faltung der Bestrahlungsstärke mit der Verteilung der Elektronen im Strahl berücksichtigt [11]. Im allgemeinen nimmt man eine Normalverteilung der Elektronen bezüglich der Ablage und der Steigung an. Die natürliche Emittanz des Ringes und die Beta-Funktionen am Quellpunkt bestimmen die Breite der Verteilungen und ihre Korrelation. Aus ihnen und dem Abstand d der Blende vom Quellpunkt wird die Breite Σ der Gaußglocke berechnet, mit der die Faltung der Bestrahlungsstärke durchgeführt wird. Der Einfluss der Dispersion auf die Strahlgröße innerhalb des WLS ist vernachlässigbar, da die Geräte in gerade Strecken mit verschwindender oder sehr geringer Dispersion eingebaut werden und die innere Dispersion des WLS mit $1 - 2 \text{ cm}$ (vgl. 6.2.2) ebenfalls gering ist.

Im Falle eines Dipols mit konstantem Feld muss die Faltung wegen der horizontal isotropen Abstrahlung nur in vertikaler Richtung berechnet werden. Bei Insertion Devices hingegen ist die Faltung sowohl in vertikaler als auch in horizontaler Richtung erforderlich. Damit ergibt sich die spektrale Bestrahlungsstärke unter Berücksichtigung der Emittanz zu:

$$\frac{d^2 \bar{\Phi}_p(\xi, \zeta)}{dA d\omega} = \frac{1}{2\pi \Sigma_x \Sigma_y} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^2 \Phi_p(x, y)}{dA d\omega} e^{-\frac{(x-\xi)^2}{2\Sigma_x^2}} e^{-\frac{(y-\zeta)^2}{2\Sigma_y^2}} dx dy \quad (2.11)$$

mit

$$\Sigma_x^2 = \epsilon_x \beta_x + \gamma_x \epsilon_x d^2 - 2\alpha_x \epsilon_x d \quad (2.12)$$

$$\alpha_x = -\frac{\beta'_x}{2} \quad (2.13)$$

$$\gamma_x = \frac{1 + \alpha_x^2}{\beta_x}. \quad (2.14)$$

Die Formeln zur Berechnung von Σ_x gelten ganz analog für die Faltungsbreite Σ_y . Die Energiebreite $\Delta E/E$ des Strahls (bei BESSY II etwa 0.7 ‰), kann mit einer ähnlichen Faltungsprozedur berücksichtigt werden, wenn man davon ausgeht, dass die Form des Synchrotronstrahlungsspektrums in erster Näherung nicht von geringen Abweichungen der Strahlenergie abhängt. So unterscheidet sich das Strahlungsspektrum eines Undulators bei einer solchen Abweichung nicht von einem Spektrum, das man bei der Sollenergie erhält. Lediglich die Lage der Harmonischen ist verschoben. Gleiches gilt auch für Ringdipole und WLS hinsichtlich der charakteristischen Energie. In all diesen Fällen ist die Verschiebung des Spektrum proportional zu E^2 . Dann ergibt sich durch Differenzieren der E^2 -Abhängigkeit in linearer Näherung

$$\sigma_\omega/\omega \approx \sigma_{E_p}/E_p \approx 2\Delta E/E \quad (2.15)$$

und

$$\frac{d^2\bar{\Phi}_p(\omega)}{dA d\omega} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\omega} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^2\Phi_p(\tilde{\omega})}{d\tilde{\omega} dA} e^{-\frac{(\omega-\tilde{\omega})^2}{2\sigma_\omega^2}} d\tilde{\omega}. \quad (2.16)$$

So wie man im Falle der Emittanzfaltung eine Normalverteilung der Elektronen im Phasenraum annimmt, legt man bei der Energiefaltung eine Normalverteilung der Elektronen bezüglich ihrer Energie zugrunde.

2.1.5 Pole des WLS als separate Strahlungsquellen

Als Beispiel für einen WLS wird in dieser Arbeit der LIGA-WLS gewählt, da dieses Gerät typisch für WLS mit einem starken Hauptpol und zwei schwächeren Randpolen ist. Das Magnetfeld mit einem max. Wert von 6 Tesla und die entsprechende Teilchenbahn sind in der Abb. 2.4 dargestellt.

Die Abb. 2.4 zeigt auch die Quellpunkte für einen Beobachter in einem Abstand von 10 m und einem horizontalen Versatz von $z = 1.1 \text{ cm}$, der der maximalen Auslenkung des Strahls entspricht. Die Quellpunkte sind keine Punkte im streng mathematischen Sinne, sondern haben eine Ausdehnung längs der Bahn, die sich über die Bahnkrümmung aus dem für die Berechnung der Synchrotronstrahlung relevanten Winkelbereich ergibt. Der Winkelbereich hängt vom Verhältnis der betrachteten Frequenz bzw. Photonenergie zur charakteristischen Energie ab und muss jeweils entsprechend berücksichtigt werden. Dies wird aus der Form des Integranden in der Formel 2.3 und der Abb. 2.5 ersichtlich:

Die Ausdehnung des Bereiches, aus dem der wesentliche Beitrag stammt, hängt einerseits über den Phasenfaktor von der Frequenz ω der Strahlung und andererseits von der Breite der Funktion in Teil a) ab. Für niedrigere Photonenergien erstreckt sich der langsam oszillierende Teil des Phasenfaktors und damit der Quellpunkt über einen größeren Bereich, bei hohen Frequenzen ist der Bereich entsprechend schmaler. Für Frequenzen um die charakteristische Energie liegt die Breite der Schwebung des Phasenfaktors im Bereich der Breite der frequenzunabhängigen Funktion. In diesem Frequenzbereich liegt deshalb auch das Maximum der spektralen Bestrahlungstärke.

Der Integrand besteht aus einem phasenunabhängigen Teil sich kompensierender positiver und negativer Beiträge. Die Breite dieser Funktion in Teil a) der Abb. 2.5 wird durch die

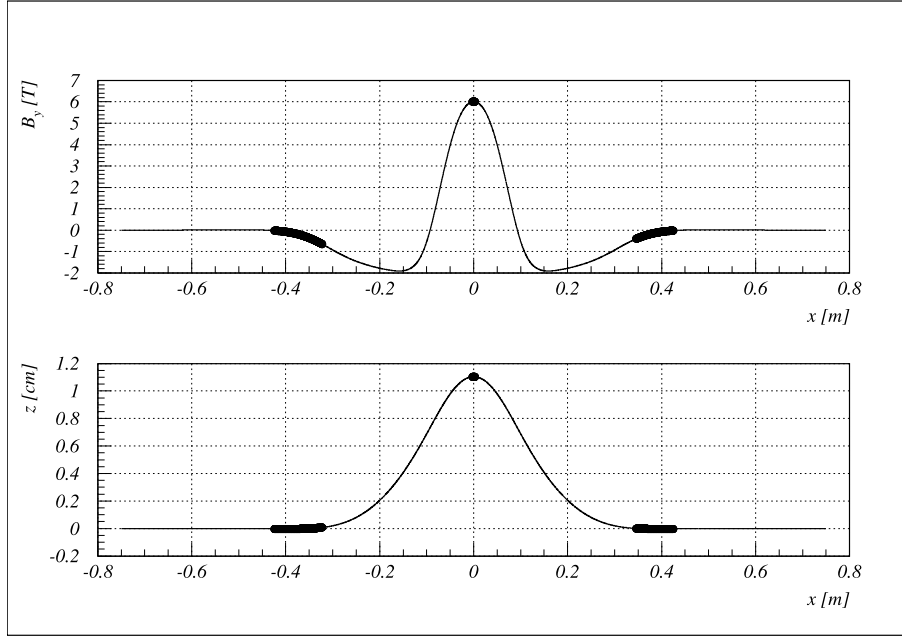


Abbildung 2.4: Vertikales Magnetfeld des LIGA-WLS und Bahn eines 1.7 GeV Elektrons. Die fett markierten Quellpunkte beziehen sich auf einen Beobachter bei $z = 1.1\text{ cm}$ und $x = 10\text{ m}$ (vgl. Abb. 2.3).

Feldstärke und die Strahlenergie, also die beiden Größen, die in die charakteristische Energie eingehen, bestimmt. Der Phasenfaktor im Teil b) der Abbildung zeigt im unmittelbaren Bereich des Quellpunktes ($x=0$) eine langsame Oszillation, die mit zunehmender Entfernung des Elektrons vom Quellpunkt in eine extrem schnelle übergeht. Die Asymmetrie ergibt sich, weil der Phasenfaktor sehr empfindlich vom Abstand des Elektrons zum Beobachter und somit von x bzw. t abhängt. Das Produkt der beiden Funktionen ist der eigentliche Integrand (Teil c). Aufgrund des Verlaufes der Funktion in a) und des Phasenfaktors tragen die negativen Anteile der Funktion in Teil a) weniger zum Integral bei als die positiven, so dass man ein endliches Ergebnis der Integration erhält (Teil d).

Für die numerische Integration ergeben sich daraus folgende Konsequenzen: Man kann die Integration für einen einzelnen Pol des WLS auf einen endlichen Bereich (Quellpunkt) beschränken. Die Integration wird im Bereich der schnellen Oszillationen numerisch problematisch und erfordert eine zu große Zahl von Stützstellen. Es ist daher unmöglich, die Integration über den gesamten Bereich der Trajektorie eines WLS kohärent durchzuführen, wenn Strahlung von mehr als einem Pol des Gerätes einen Beobachter erreicht. Bei einer Photonenergie von 10 keV beträgt die Frequenz $\omega = 1.5 \times 10^{19}\text{ s}^{-1}$. Damit kann die Phasenänderung zwischen den verschiedenen Polen nicht berechnet werden, so dass ein Spektrum aus der Überlagerung eines Rand- und Hauptpols numerisch zufällige Interferenzen zeigt. Es gibt aber einen Ausweg, wie die folgende Überlegung zeigt.

Typische WLS haben einen Ablenkwinkel in der Größenordnung von 50 mrad und eine Länge in der Größenordnung von 1 m . Das entspräche bei einem Wiggler einem Ablenkparameter

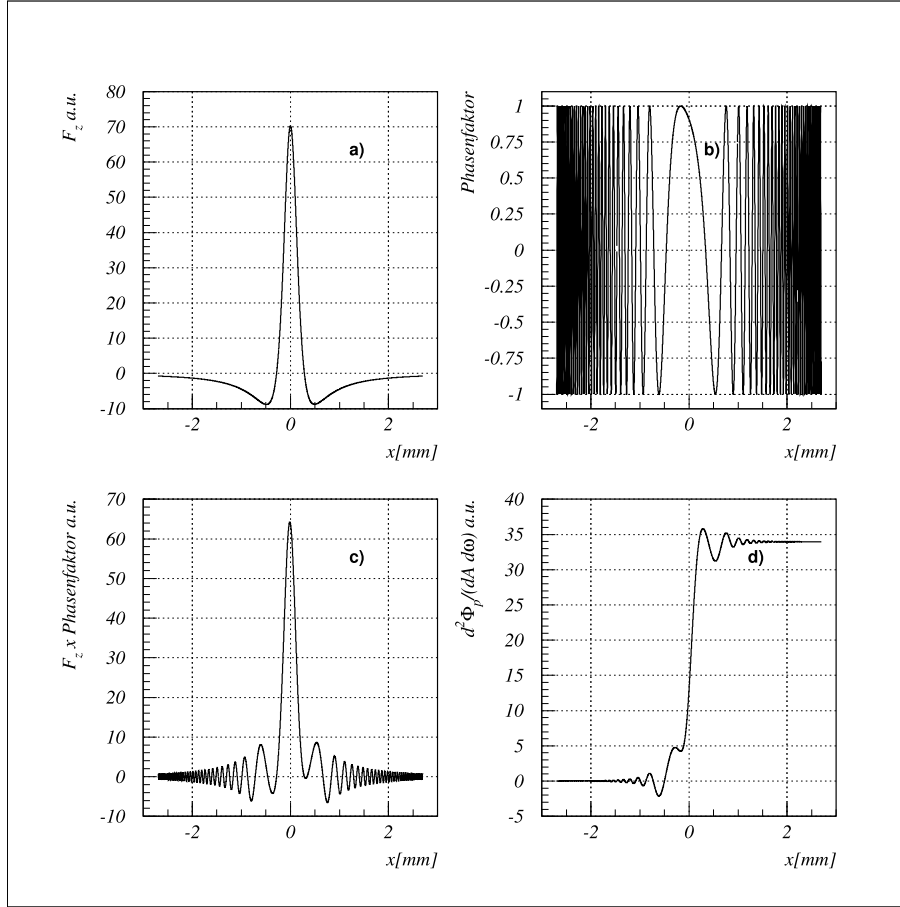


Abbildung 2.5: Integrand aus Gl. 2.3 für 10 keV und das Ergebnis der Integration als Funktion der Längskoordinate x für den Hauptpol. Der Beobachtungsort liegt bei $x = 10 \text{ m}$ und $z = 0 \text{ cm}$.

- a) Z-Komponente des frequenzunabhängigen Teils des Integranden
- b) Realteil des Phasenfaktors $e^{i\omega(t+R(t)/c)}$ des Integranden
- c) Z-Komponente des Integranden als Produkt von a) und b)
- d) Result. spekt. Photonenbestrahlungsstärke als Integral von c)

von $K = 150$ und bei einer Strahlenergie von 1.7 GeV einer ersten Harmonischen von 0.002 eV . Bei einer Photonenenergie von 10 keV und einem Abstand der Harmonischen von 0.002 eV könnten die Interferenzen der Beiträge der Pole messtechnisch nicht mehr aufgelöst werden. Entscheidender aber ist, dass sich die für ein Elektron mit einer Sollenergie von 1.7 GeV zu 10 keV gehörende Harmonische (die 5000000ste!) für ein Elektron mit einer Energieabweichung von 1% um 2% also 20 eV verschieben würde. Für einen Speicherring mit einer typischen Energiebreite im Bereich bis ein Promill verschwinden also die Interferenzen zwischen den Polen. Dies ist gleichbedeutend mit einer inkohärenten Addition der Beiträge der einzelnen Pole des WLS und rechtfertigt das Konzept der Quellpunkte auch für die Betrachtung mehrpoliger Geräte.

Kapitel 3

Das Programm WAVE

Die numerischen Berechnungen der spektralen Verteilungen erfolgten mit dem Programm WAVE¹, das im Rahmen des genannten Gutachtens erstellt wurde und seitdem erheblich erweitert wurde.

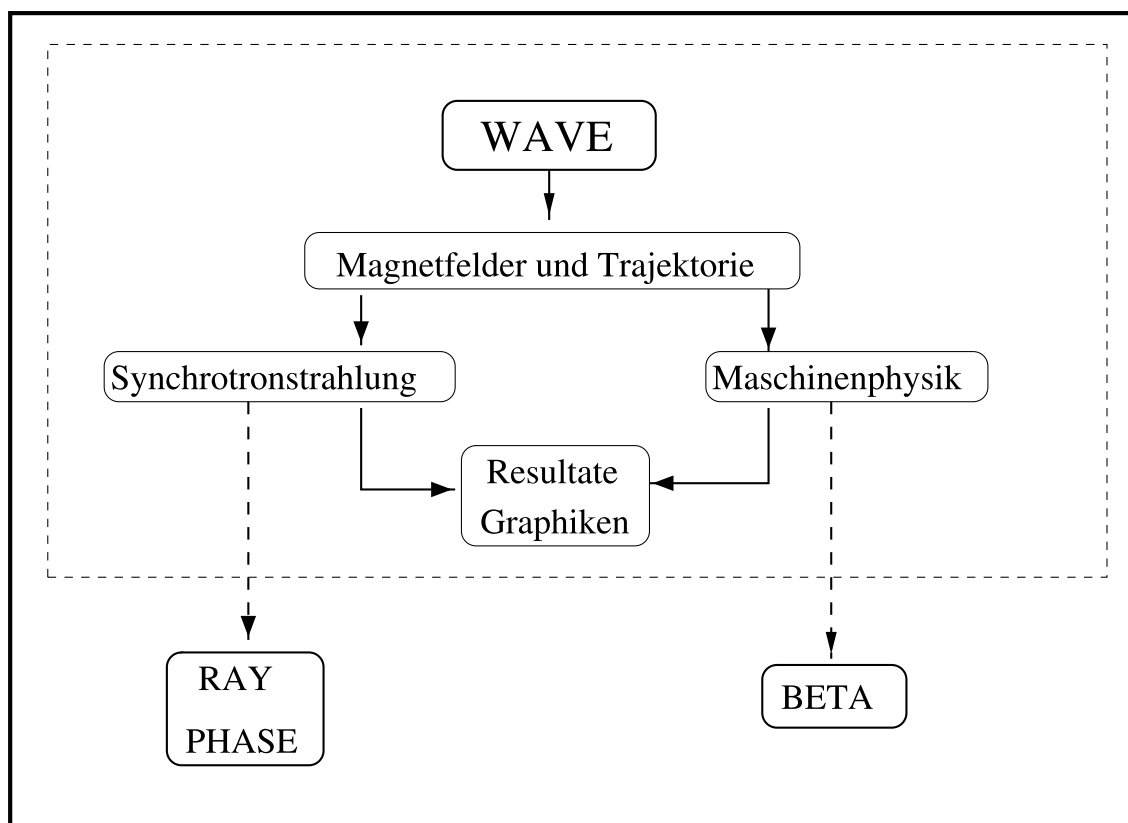


Abbildung 3.1: Programmblöcke von WAVE und Schnittstellen zu anderen Programmen.

¹ Der Name WAVE hat seinen Ursprung in wavelength-shifter und darin, dass die Trajektorie durch einen WLS die Form eines Wellenberges hat.

Die Abb. 3.1 zeigt die Hauptprogrammblöcke von WAVE. Bei einem Durchlauf berechnet WAVE zunächst die Trajektorie eines Elektrons oder Positrons durch ein gegebenes Magnetfeld oder manipuliert Magnetfelder gemäß der Benutzereingaben. Dazu gehören z.B. Symmetrisierungen oder Maxwell-konforme Parametrisierungen. Die Trajektorie und die Magnetfelder sind dann Ausgangspunkt für die Berechnung der Synchrotronstrahlung oder maschinenphysikalischer Größen. Zum Schluss erfolgt die Ausgabe in Form von Dateien oder Graphiken.

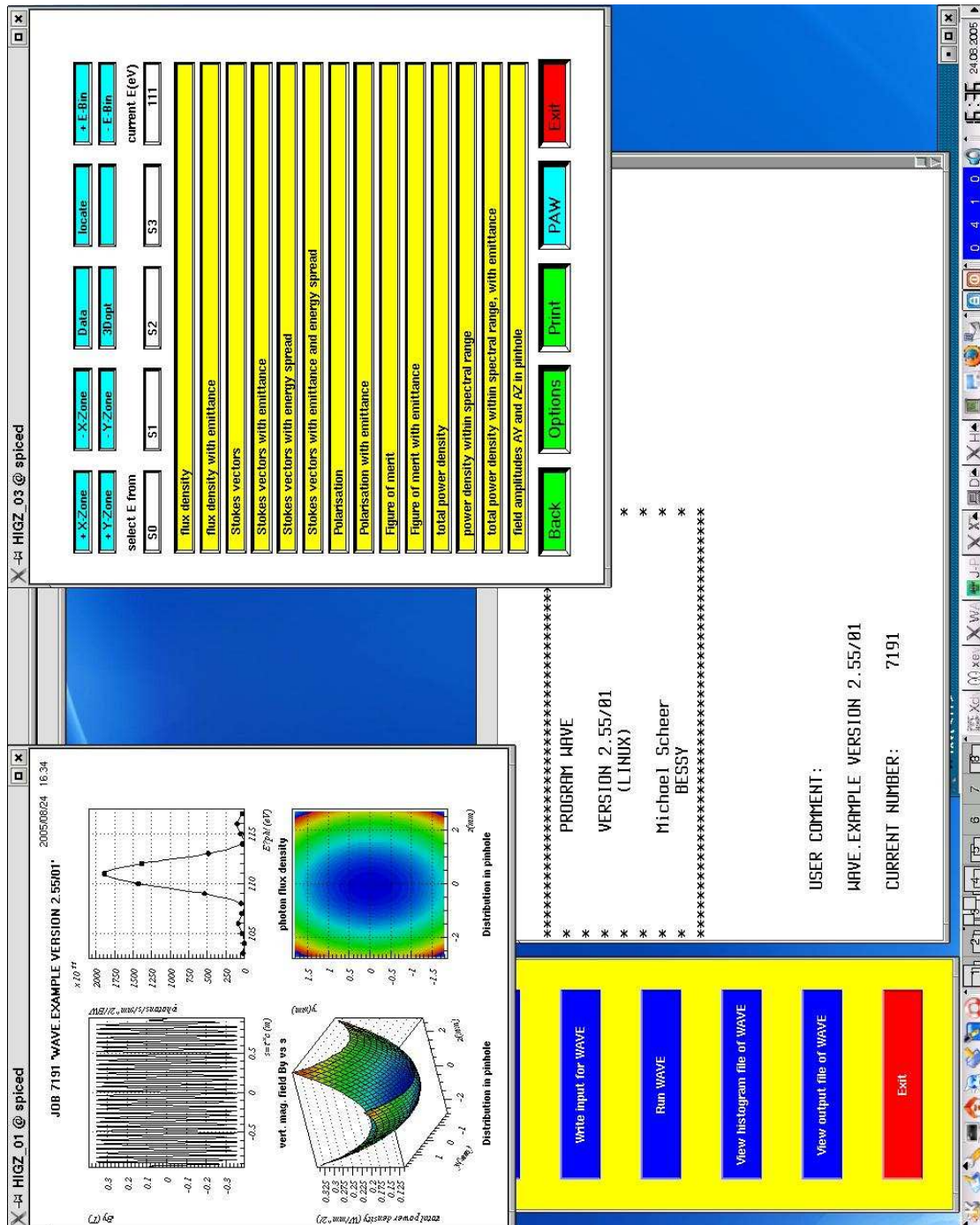


Abbildung 3.2: Erscheinungsbild von WAVE

Ohne näher auf Einzelheiten einzugehen, werden die Anwendungsmöglichkeiten des Programmes in der folgenden Liste stichwortartig skizziert. Soweit sie für die hier vorliegenden Berechnungen wichtig sind, werden die zugrundeliegenden Methoden und Algorithmen in den entsprechenden Abschnitten detaillierter geschildert.

Die wichtigsten Optionen von WAVE:

- Magnetfelder
 - Simulation helikaler und planarer Wiggler und Undulatoren als analytische Modelle oder als Anordnung von Permanentmagneten sowie von Dipol-, Quadrupol- und Sextupolfolgen mit Kantenfeldern
 - Simulation der Magnetfeldfehler von Insertion Devices
 - Ein- und Ausgabe von Magnetfeldern über Feldmappen und Tabellen
 - Maxwell-konforme Parametrisierungen und Interpolationen von Felddaten
- Synchrotronstrahlung
 - Berechnung von Amplitude, Polarisation (Stokes-Vektoren) und Phase des Strahlungsfeldes (Beschleunigungs- und Geschwindigkeitsfeld) eines Teilchens beim Durchgang durch beliebige Magnetfelder wahlweise numerisch (Undulatorstrahlung, Kantenstrahlung etc.) oder unter Verwendung der Schwinger-Formel
 - Räumliche und spektrale Verteilungen der Synchrotronstrahlung und der Strahlungsleistung und Integration der räumlichen Verteilungen über die Fläche rechteckiger und runder Blenden
 - Berücksichtigung der Emittanz und Energiebreite des Elektronenstrahls
 - Propagation des Strahlungsfeldes (Huygens'sches Prinzip) z.B. zur Berechnung der Quellgröße
 - Brillanzberechnung
 - Anwendung von Filtern
 - Berücksichtigung von Detektoreffizienzkurven
 - Berechnung absorprierter Strahlendosen
- Maschinenphysik
 - Trajektorien durch beliebige Magnetfelder
 - Erzeugende-Funktionen für symplektische Tracking-Routinen und Lineare Transfermatrizen
 - Berechnung der Effekte von Insertion Devices auf Emittanz, Energiebreite und Strahlpolarisation des Elektronenstrahls
 - Berechnung integraler Quadrupol- und Sextupolterme von Magnetfeldern
 - Zerlegung von Insertion Devices in eine Folge von Rechteckmagneten mit Kanten

- Schnittstellen

- Aufruf externer Nutzerrouinen für Ein-und Ausgabe, Vorgabe externer Magnetfelder und Behandlung der Trackingschritte
- Ausgabe berechneter Strahlungsfelder (Amplitude und Phase) als Eingabe für die Ray-Tracing-Programme RAY [12] und PHASE [13, 14]
- Ausgabe von Erzeugende-Funktionen und Zerlegung von Insertion Devices in Dipolfolgen zur Eingabe in andere Tracking-Programme.

Das Programm ist weitgehend portable und läuft auf verschiedenen Plattformen. Die Abbildung 3.2 gibt einen Eindruck von der graphische Oberfläche, die zusammen mit zahlreichen Makros zur Darstellung der Resultate die Bedienung vereinfacht.

Die große Zahl von Optionen wurden z.T. nach der Erstellung des Gutachtens für die PTB mit dem Aufbau von BESSY II entwickelt und dienten zur Planung und Berechnung der bei BESSY eingesetzten Insertion Devices. Beispiele für die Anwendung bei der Berechnungen der Synchrotronstrahlung von Undulatoren finden sich u.a. in [15], [16], [17] [18], [19] und [20]. Anwendungsbeispiele für Infrarot- und Kantenstrahlung von Dipolmagneten findet man in [21] und [22]. In den Veröffentlichungen findet man auch Vergleiche von WAVE-Rechnungen mit Messungen, die die Möglichkeiten des Programmes zeigen. Auf Beispiele hinsichtlich der Beschleunigerphysik von Insertion Devices soll an dieser Stelle verzichtete werden, da sie im Rahmen dieser Arbeit ausführlich dargestellt werden.

Kapitel 4

Berechnung von Synchrotronstrahlung mit WAVE

4.1 Methoden

4.1.1 Elektronenbahn

Die 3-dimensionale Elektronenbahn wird berechnet, in dem - ausgehend vom aktuellen Bahnpunkt $\vec{r}(t)$ zum Zeitpunkt t - zunächst das Magnetfeld am Ort $\vec{r}(t + \Delta t/2) \approx \vec{r}(t) + \vec{v}(t) \Delta t/2$ bestimmt wird. Dann wird das Elektron auf dem dazugehörigen Kreisbogen mit dem Radius ρ um den Winkel $v\Delta t/\rho$ weiterbewegt. Dieser Vorgang wiederholt sich, bis das Teilchen den Endpunkt der Bahn erreicht.

4.1.2 Quellpunkte

Nachdem die Elektronenbahn berechnet und gespeichert wurde, sucht WAVE nach den Quellpunkten. Der Programmbenutzer gibt dem Programm einen Kollimator bestehend aus zwei rechteckigen Blenden vor, durch den die Strahlung gehen muss. Detektiert das Programm, dass die von einem Bahnpunkt ausgehende Strahlung innerhalb eines vorgegebenen Öffnungswinkels um die Bahn den Kollimator passiert, markiert es den Bahnpunkt als Beginn einer Quelle. Dann sucht es den letzten Bahnpunkt, von dem Strahlung durch den Kollimator gelangt, und markiert ihn als Ende der Quelle.

Im zweiten Schritt wird für jeden Quellpunkt das Integral aus Gl. 2.3 berechnet. Dabei wird das Teilstück der Trajektorie, das den Quellpunkt bildet, mit hoher Auflösung, d.h. kurzen Zeitschritten integriert. Hierbei werden nur Beiträge aus dem vorgegebenen Öffnungswinkel des Strahlungskegels berücksichtigt. Die Beiträge aller Quellpunkte werden schließlich addiert.

4.1.3 Integrationsverfahren

Numerische Integration

Man kann das Integral in Gl. 2.3 durch simples Summieren des Integranden für äquidistante Zeitschritte relativ genau berechnen. Um die für die Radiometrie notwendige Genauigkeit (angestrebt wird mindestens 10^{-3}) zu erreichen, benötigt man größenordnungsmäßig 10^5

Zeitschritte pro Quellpunkt. Das ist mit einem heutigen PC leicht zu erreichen. Allerdings sind die Ergebnisse auf der Skala von 10^{-3} numerisch nicht völlig stabil, d.h. geringfügige Variationen der Stützstellenzahl und des Integrationsbereiches führen zu Schwankungen des Ergebnisses im Promillbereich. Das Problem liegt in der Berechnung des Phasenfaktors mit seinen im Randbereich der Integration extrem schnell oszillierenden Werten. Es wurde daher nach einem besseren Verfahren gesucht.

Die Grundidee war, sowohl die Phase $w(t+R(t)/c)$ als auch den Vorfaktor $(\vec{n}(t) \times [(\vec{n}(t) - \vec{\beta}(t)) \times \dot{\vec{\beta}}(t)]) / (1 - \vec{\beta}(t)\vec{n}(t))^2 / R(t)$ jeweils für einen Integrationsschritt als Polynom dritten Grades zu beschreiben und die Integration analytisch auszuführen. Die Polynomkoeffizienten lassen sich z.B. durch eine Spline-Interpolation bestimmen. Dieses verringert das Problem der schnellen Oszillationen, weil nicht der schnell variierende Phasenfaktor, sondern die bedeutend langsamer veränderliche Phase durch ein Polynom approximiert wird. Das Ergebnis war zwar eine Verbesserung gegenüber der Simpson-Methode, aber dennoch nicht völlig zufriedenstellend. Es zeigte sich, dass man bessere Resultate erzielt, wenn man auf die Polynomentwicklung des Vorfaktors verzichtet und die Entwicklung der Phase auf die erste Ordnung beschränkt. Das Integral lässt sich dann wie folgt als Summe über N Zeitintervalle Δt darstellen:

$$\int_0^{\Delta T} \frac{1}{R(t)} \frac{\vec{n}(t) \times [(\vec{n}(t) - \vec{\beta}(t)) \times \dot{\vec{\beta}}(t)]}{(1 - \vec{\beta}(t)\vec{n}(t))^2} e^{i\omega(t+R(t)/c)} dt \approx \sum_{j=1}^N \frac{1}{R(t_j)} \frac{\vec{n}(t_j) \times [(\vec{n}(t_j) - \vec{\beta}(t_j)) \times \dot{\vec{\beta}}(t_j)]}{(1 - \vec{\beta}(t_j)\vec{n}(t_j))^2} e^{i\omega(t_j+R(t_j)/c)} \frac{1 - e^{i\omega(1-\vec{\beta}(t_j)\vec{n}(t_j))\Delta t_j}}{(1 - \vec{\beta}(t_j)\vec{n}(t_j))\omega} \quad (4.1)$$

Die Genauigkeiten der Rechnung verbessern sich deutlich, wenn man bei der numerischen Berechnung der Phase diese aus der numerisch leicht zu berechnenden Ableitung bestimmt. Damit ergibt sich eine rekursive Formel für den Phasenfaktor:

$$e^{i\omega(t_{j+1}+R(t_{j+1})/c)} \approx e^{i\omega(t_j+R(t_j)/c)} \times e^{i\omega(1-\vec{\beta}(t_j)\vec{n}(t_j))\Delta t_j} \quad (4.2)$$

Mit diesen Formeln erreicht man nun die gewünschte Genauigkeit (vgl. Abschnitt 4.4).

Schwinger-Formel

Als ein völlig unabhängiges Verfahren und Alternative zur numerischen Berechnung der spektralen Photonenbestrahlungsstärke wurde auf die bereits erwähnte „Schwinger-Formel“ (s. Abschnitt 2.1.3) für ein konstantes Magnetfeld zurückgegriffen. Da, wie oben gezeigt, der Beitrag eines Quellpunktes zur spektralen Bestrahlungsstärke aus einem engbegrenzten Gebiet kommt, liegt es nahe, das Spektrum mittels der Schwinger-Formel zu berechnen, wobei man den Biegeradius ρ am Tangentenpunkt der Teilchenbahn in Bezug auf den Beobachter einsetzt. Inwieweit dies berechtigt ist, wird im Abschnitt 4.3 diskutiert.

4.1.4 Spektraler Photonenfluss

Der spektrale Photonenfluss durch eine rechteckige oder runde Blende wird von WAVE berechnet, indem zunächst auf einem vom Benutzer definierten Gitter die spektrale Bestrahlungsstärke für jeden Gitterpunkt berechnet wird. Anschließend wird sie mittels Spline-Techniken über alle Gitterpunkte der Blendenöffnung integriert.

4.1.5 Emittanz und Energiebreite

Die Emittanz und Energiebreite des Elektronenstrahls werden von WAVE durch die in Abschnitt 2.1.4 beschriebenen Verfahren berücksichtigt. Allerdings ist der Einfluss der Energiebreite auf den spektralen Photonenfluss eines WLS bei BESSY II vernachlässigbar und wird hier nicht weiter betrachtet.

4.2 Strahlungscharakteristik eines Wellenlängenschiebers

Der im Vergleich zu einem Ringdipol komplizierte Feldverlauf des WLS spiegelt sich sowohl in der Form der spektralen Bestrahlungsstärke als auch in der räumlichen Verteilung der Strahlung wider. Ein typisches Spektrum der Bestrahlungsstärke ist in der Abbildung 4.1 dargestellt. Das Spektrum resultiert aus der Überlagerung zweier Anteile, die den Quellpunkten zugeordnet werden können. Aus dem Vergleich mit dem Spektrum des 6T-Hauptpols erkennt man, dass die Randpole vornehmlich im Bereich niedriger Photonenergien unterhalb von 10 keV beitragen. Die Ursache dafür sind die sehr unterschiedlichen Feldstärken der Quellpunkte (0.4 T und 6 T), denen charakteristische Energien von 0.8 keV bzw. 11.5 keV entsprechen. Bei der charakteristischen Energie des Hauptpols ist der Beitrag des Randpols schon drei Größenordnungen niedriger als der Beitrag des Hauptpols. Im Bereich der für die Radiometrie interessanten, höheren Energien wird das Spektrum allein durch den Hauptpol bestimmt, so dass der WLS als einzelner Quellpunkt erscheint.

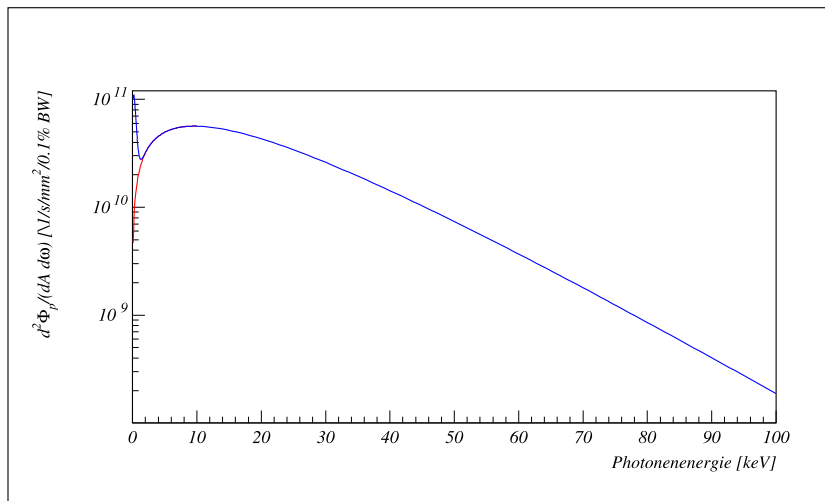


Abbildung 4.1: Spektrale Photonenbestrahlungsstärke des LIGA-WLS [23] ($E = 1.7\text{ GeV}$, $I = 100\text{ mA}$). Der Beobachter befindet sich in der Orbitalebene im Abstand von 10 m zum Hauptpol des Gerätes. Die horizontale Position entspricht der maximalen Strahlablage ($z = 1.1\text{ cm}$). Das Spektrum des Hauptpols ist zum Vergleich rot eingezeichnet.

Der Einfluss der Randpole auf den niederenergetischen Spektralbereich zeigt sich auch in der Abb. 4.2, die die räumliche Verteilung der Bestrahlungsstärke in einer Ebene senkrecht zur WLS-Achse zeigt. Die Bestrahlungsstärke ist für die Photonenergien von 0.1 , 1 , 10 keV und

100 keV dargestellt.

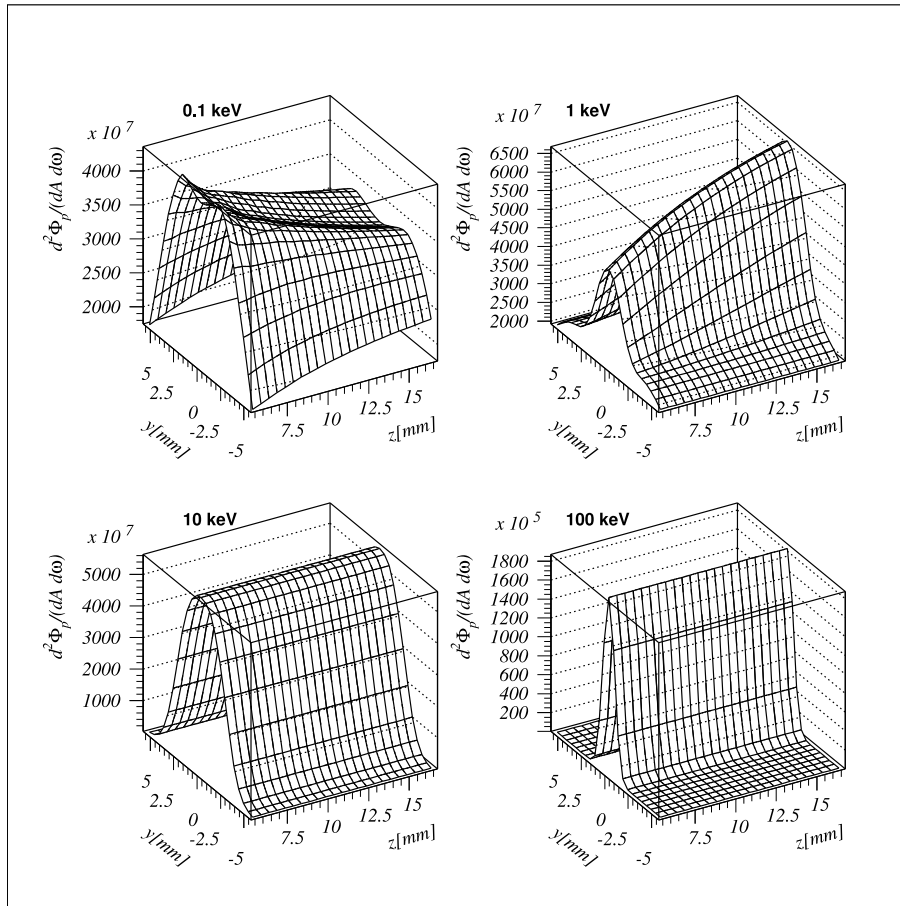


Abbildung 4.2: Räumlichen Verteilungen der spektralen Photonenbestrahlungsstärke innerhalb einer Ebene senkrecht zur Längsachse (x-Achse) des WLS für die Photonenergien 0.1, 1, 10 keV und 100 keV. Der Abstand der Ebene vom Zentrum des WLS beträgt 10 m. Die Grundfläche der 3D-Darstellungen entspricht einem $10\text{ mm} \times 10\text{ mm}$ großen Ausschnitt der Ebene. Der Ausschnitt ist so gewählt, dass die Mitte der Grundfläche der maximalen Ablage im WLS entspricht.

Für 0.1 keV und 1 keV ergeben sich komplizierte Verteilungen, die durch die Überlagerungen der Quellpunkte entstehen. Je nach Beobachtungspunkt innerhalb der Ebene verschieben sich die Quellpunkte, und damit ändern sich insbesondere für die Randpole die mit den Quellpunkten verbundenen charakteristischen Energien. Der Quellpunkt eines Randpols wandert mit zunehmender horizontaler Koordinate z des Beobachters vom Streufeld des Randpols in den Bereich höherer Feldstärken. Damit nimmt die charakteristische Energie zu und die spektrale Bestrahlungsstärke des Randpols wird zum Hochenergetischen verschoben. Das erklärt, warum die Bestrahlungsstärke für 0.1 keV mit zunehmendem z abnimmt und für 1 keV zunimmt. Gleichzeitig verkleinert sich der vertikale Öffnungswinkel der Strahlung und das Maximum der Bestrahlungsstärke verlagert sich beim Übergang von 0.1 keV zu 1 keV

in die Orbitalebene ($y = 0$). Erwartungsgemäß verringert sich der Einfluss der Randpole bei den hohen Photonenergien. Die Diagramme für 10 keV und 100 keV lassen wegen der hohen charakteristischen Energie des Hauptpols von 11.5 keV keine Beiträge der Randpole mehr erkennen und entsprechen denen eines einzelnen Dipols mit konstanter Feldstärke (vgl. 4.3).

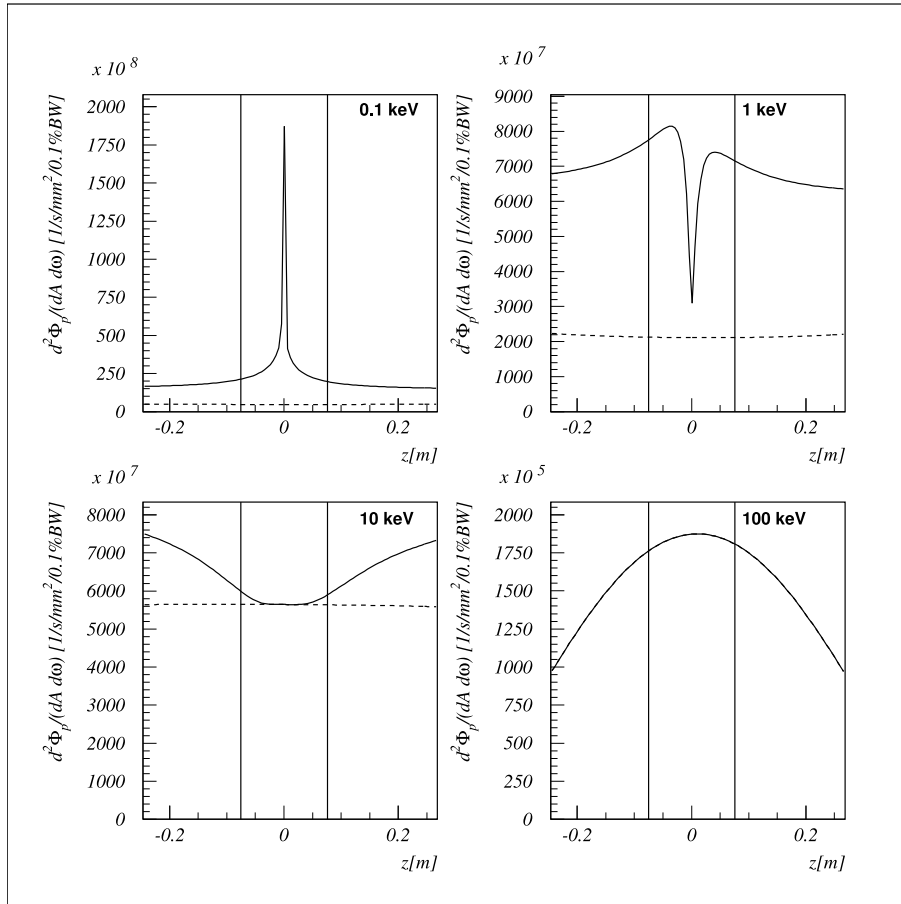


Abbildung 4.3: Verteilung der spektralen Photonenbestrahlungsstärke innerhalb der Orbitalebene (Horizontalverteilung) für die Photonenergien von 0.1 , 1 , 10 keV und 100 keV ($E = 1.7\text{ GeV}$, $I = 100\text{ mA}$). Der Abstand zum WLS beträgt 10 m . Die durchgezogenen Kurven ergeben sich aus der Überlagerung aller Pole, die gestrichelten beziehen sich auf den Hauptpol. (Bei 100 keV fallen beide Kurven zusammen.) Das senkrechten Linienpaar kennzeichnet den Streufeldbereich der Randpole; der Bereich zwischen den Linien entspricht einer Feldstärke unterhalb der halben maximalen Feldstärke der Randpole. Gleichzeitig entspricht der Bereich dem Zentrum des Hauptpols, da sowohl an Ein- und Ausgang als auch im Zentrum des WLS die Abstrahlung parallel zur x-Achse erfolgt.

Auf einer größeren horizontalen Skala sieht man die Effekte, die sich durch die Verlagerung der Quellpunkte in Abhängigkeit von der Position des Beobachters ergeben, noch deutlicher. Die Abbildung 4.3 zeigt die Verteilungen der spektralen Bestrahlungsstärke innerhalb der Orbitalebene über einen großen horizontalen Bereich für verschiedene Photonenergien. Die

durchgezogenen Kurven beschreiben die aus den Beiträgen aller Pole resultierenden Bestrahlungsstärken, während die gestrichelten Kurven nur die Beiträge des Hauptpols wiedergeben.

Die sehr unterschiedlichen Kurven verdeutlichen noch einmal die komplizierte räumliche Verteilung der spektralen Bestrahlungsstärke in Abhängigkeit von der Photonenergie. Sie wird wesentlich von den Streufeldern an Ein- und Ausgang des WLS bestimmt. Der Streufeldbereich des WLS ist in jedem der Diagramme durch zwei senkrechte Linien gekennzeichnet. Die Linienpaare entsprechen der halben maximalen Feldstärke der Randpole. Dieser Bereich bestimmt wegen der zugehörigen niedrigen charakteristischen Energien die spektrale Bestrahlungsstärke bei 0.1 keV und 1 keV . Da die Elektronen sowohl an Ein- und Ausgang des WLS als auch in der Gerätemitte parallel zur Längsachse abstrahlen, fällt der Bereich, der dem Zentrum des Hauptpols entspricht, in den Diagrammen mit dem Bereich der Streufelder der Randpole zusammen. Bei Energien oberhalb von 10 keV wird die Kurvenform nur durch die Feldform des Hauptpols und die Lage des zugehörigen Quellpunktes bestimmt. Das Maximum liegt erwartungsgemäß dort, wo die Strahlablage im Gerät maximal wird, also am Punkt der höchsten Feldstärke.

Die komplexe Abstrahlcharakteristik eines WLS kann wegen der teilweise ausgeprägten Extrema benutzt werden, um die Ausrichtung des Gerätes und die Strahlage zu überprüfen. Sie bietet die Möglichkeit, radiometrischen Messungen an einem WLS auf ihre Konsistenz zu untersuchen.

4.3 Vergleich mit Dipol-Spektren

Der eng begrenzte Bereich des Quellpunktes, die Spektren und die räumlichen Verteilungen der spektralen Bestrahlungsstärke legen die Vermutung nahe, dass die Berechnungen der Spektren oberhalb der charakteristischen Energie des Hauptpols des WLS (hier 11.5 keV) auf die entsprechenden Berechnungen für einen Dipol mit konstantem Feld zurückgeführt werden können. Damit ließe sich die Radiometrie an einem Dipol in wesentlichen Punkten auf einen WLS übertragen.

Inwieweit dies zutrifft, lässt sich anhand der Abb. 4.4 abschätzen. Die obere Darstellung zeigt das Verhältnis der spektralen Bestrahlungsstärke des gesamten Gerätes zu der des Hauptpols. Am gewählten Beobachtungspunkt $x = 10\text{ m}$, $y = 0$, $z = 1.1\text{ cm}$ tragen die Randpole oberhalb von 10 keV weniger als das 10^{-8} -fache des Hauptpols bei und werden vernachlässigt.

Der zweite Teil der Abbildung zeigt die Unterschiede der Spektren, wenn man sie einmal durch die beschriebene numerische Integration und einmal gemäß der Schwinger-Formel berechnet. Dabei wurde die Schwinger-Formel für die Magnetfeldstärken am Tangentenpunkt des jeweiligen Quellpunktes angewendet.

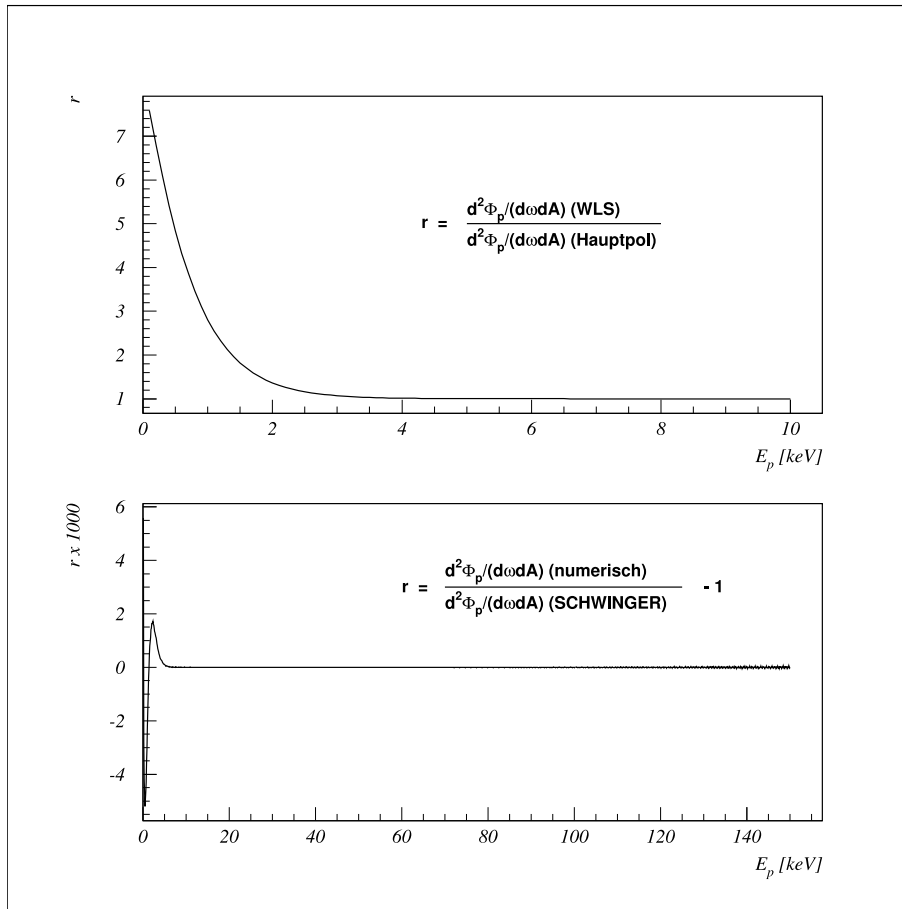


Abbildung 4.4: Einfluss der Randpole auf die spektrale Bestrahlungsstärke des LIGA-WLS. Der Beobachtungspunkt liegt bei $x = 10\text{ m}$, $y = 0$, $z = 1.1\text{ cm}$. Die Strahlenergie beträgt 1.7 GeV . Im oberen Teil ist die spektrale Bestrahlungsstärke des WLS dividiert durch das entsprechende Spektrum des mittleren 6T-Pols dargestellt. Im unteren Teil ist die relative Abweichung des WLS-Spektrums von einem mit der Schwinger-Formel berechneten dargestellt.

Oberhalb von 10 keV , also in dem Bereich, in dem die Randpole nicht beitragen, liegen die Abweichungen im Bereich von 0.01 ‰ . Dies zeigt, dass innerhalb dieses Winkelbereiches das Spektrum in guter Näherung durch das Spektrum eines Dipols gegeben ist. Die Ursache ist die geringe Variation des Magnetfeldes. Ein Detektor der Fläche $10\text{ mm} \times 10\text{ mm}$ erfasst in 10 m Abstand einen Winkelbereich von $\pm 0.5\text{ mrad}$. Am Ort der maximalen Strahlablagen entspricht das einer relativen Variation des Feldes von $3 \cdot 10^{-5}$. Damit ist die Voraussetzung eines konstanten Magnetfeldes gut erfüllt. Um den WLS auch im Bereich unterhalb von 10 keV ähnlich wie einen separaten Dipol behandeln zu können, muss durch einen geeigneten Kollimator das Licht anderer Lichtquellen, d.h. der Randpole und der Ringdipole ausgeblendet werden. Dann kann die Schwinger-Formel für den Hauptpol auch noch bei 0.1 keV mit einer Abweichung von ca. 0.2 ‰ verwendet werden.

4.4 Genauigkeit der Berechnung

Zur Abschätzung der absoluten Genauigkeit der numerischen Rechnungen wurde das Spektrum eines 6T-Dipols sowohl mit dem Programm SCHWINGER [24] der PTB als auch mit dem Programm WAVE berechnet. Der Vergleich ist für die spektrale Bestrahlungsstärke in der Abb. 4.5 dargestellt. Um diese Abweichungen zu bewerten, muss man sie im Zusammenhang mit dem extrem steilen Kurvenverlauf der spektralen Bestrahlungsstärke bei hohen Photonenenergien sehen. So bedeutet beispielsweise eine Änderung der Photonenenergie von 150 keV auf 150.08 keV also um 80 eV eine Änderung im Spektrum von 0.5 ‰ . Der Wert von 80 eV entspricht der maximalen Energieauflösung des im experimentellen Teil dieser Arbeit verwendeten Detektors, und die daraus resultierende Unsicherheit liegt weit über der der numerischen Berechnung.

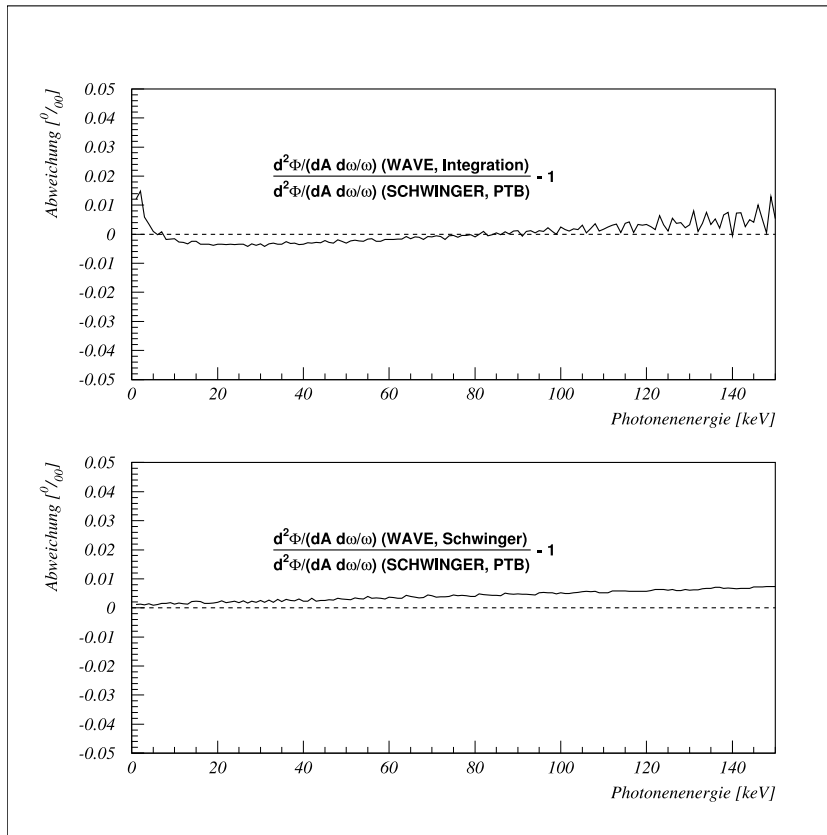


Abbildung 4.5: Numerischen Unsicherheiten des Programmes WAVE bei der Berechnung der spektralen Bestrahlungsstärke. Aufgetragen ist jeweils die relative Abweichung zweier Spektren, die mit WAVE und dem Programm SCHWINGER der PTB für einen 6T-Dipolmagneten berechnet wurden. Die WAVE-Rechnungen des oberen Bildes wurden mit der numerischen Integration durchgeführt, die des unteren Bildes mit der Schwinger-Formel, wie sie in WAVE implementiert ist.

Weitere numerische Unsicherheiten entstehen bei der Integration der spektralen Bestrahlungsstärke über die Fläche einer Blende und bei der Emittanzfaltung. Diese Fehler sind jedoch vernachlässigbar, wenn genügend Stützpunkte innerhalb der Blende verwendet werden. Der mit dem Programm SCHWINGER durchgeführte Vergleich muss sich aufgrund der Möglichkeiten dieses Programmes auf den Fall eines konstanten Feldes beschränken. Da - wie oben gezeigt - die Spektren eines WLS größtenteils denen eines Dipols entsprechen und die numerischen Berechnungen prinzipiell die gleichen sind, kann die Fehlerabschätzung übernommen werden. Die Bilder zeigen Abweichungen der beiden Programme in der Größenordnung von 0.01 %.

Es bleibt noch die Genauigkeit der Bahnberechnung zu prüfen, da sie maßgeblich für das Auffinden des Quellpunktes ist. Es wurden zwei Tests durchgeführt, bei denen die Bahn eines Elektrons durch einen Wiggler mit einer Feldstärke von $6 T$, einer Periodenlänge von $5 cm$ und 500 Perioden berechnet wurde. Das Feld wird durch die Formeln 4.3 beschrieben, wobei $k_x = 0$ und $k_y = k_z$ gesetzt wurde¹.

$$\begin{aligned} B_x &= -\frac{k_x}{k_y} B_0 \sin(k_x x) \sinh(k_y y) \cos(k_z z) \\ B_y &= B_0 \cos(k_x x) \cosh(k_y y) \cos(k_z z) \\ B_z &= -\frac{k_z}{k_y} B_0 \cos(k_x x) \sinh(k_y y) \sin(k_z z) \end{aligned} \quad (4.3)$$

mit

$$k_y^2 = k_x^2 + k_z^2$$

Die relativ kurze Periodenlänge wurde gewählt, um eine kleine maximale Ablage der Bahn zu haben. Dann kann die Amplitude der sinusförmigen Bahn näherungsweise analytisch berechnet werden:

$$x_{max} \approx \frac{ce}{k_z^2} \frac{B_0}{E} \quad (4.4)$$

Für die Parameter des Beispiels findet man $x_{max} = 67.0044 \mu m$. Durch explizites Berechnen der Bahn mit WAVE erhält man $x_{max} = 67.0042 \mu m$. Die Unterschiede sind somit vernachlässigbar. Beim zweiten Test wurde das Elektron $1 cm$ oberhalb der Ringebene gestartet, so dass es beim Durchgang durch das Gerät aufgrund der vertikalen Fokussierung des Wigglers 500 mal mit einer Amplitude von $1 cm$ um die Geräteachse schwingt. Zieht man diesen Zentimeter von den maximalen Auslenkungen der mit WAVE numerisch berechneten Bahn ab, so findet man einen RMS-Wert der Abweichungen von $0.14 \mu m$. Diese Ergebnisse zeigen, dass die absolute Genauigkeit bei der Berechnung der Bahn unterhalb von $1 \mu m$ liegt und damit als Fehlerquelle vernachlässigt werden kann.

Insgesamt ist die erzielte Genauigkeit bei der numerische Berechnung des spektralen Photonenflusses deutlich höher als die zu erwartende experimentelle Genauigkeit etwa bei der Bestimmung der Elektronenenergie.

¹Abweichend vom sonst verwendeten Koordinatensystem bezeichnet hier z die longitudinale, y die vertikale und x die horizontale Koordinate.

Kapitel 5

Systematische Unsicherheiten der Radiometrie an einem Wellenlängenschieber

5.1 Synchrotronstrahlung des Wellenlängenschiebers

5.1.1 Beschränkung auf den Hauptpol als radiometrische Quelle

Die Abbildungen des vorausgegangenen Kapitels haben aufgezeigt, dass die räumliche Verteilung der spektralen Bestrahlungsstärke in komplizierter Weise vom betrachteten spektralen Bereich abhängt. Insbesondere für niedrige Photonenenergien ($E_p < 10 \text{ keV}$) wird die Radiometrie dadurch erschwert. Da die PTB radiometrische Messungen in diesem Spektralbereich an den Ringdipolen durchführt, ist es sinnvoll, sich auf den Bereich härterer Strahlung und auf den Hauptpol als Strahlungsquelle zu beschränken. In den folgenden Abschnitten werden die Einflüsse anderer Quellen unter diesem Gesichtspunkt kurz diskutiert.

5.1.2 Streustrahlung

Im Bereich weicher Röntgenstrahlung könnte ohne ein geeignetes Kollimatorsystem Streustrahlung die Radiometrie beeinflussen. Streustrahlung entsteht zum einen durch Reflexion an Oberflächen, zum anderen durch Streuprozesse wie Rayleigh-Streuung, Compton-Streuung und Fluoreszenz an den Strahlrohrkomponenten. Rechnungen mit dem Programm REFLEC [25] zeigen jedoch, dass Reflexionen im Röntgenbereich bei den typischen Rauigkeiten von mehr als $1 \mu\text{m}$ der Strahlrohrkomponenten völlig vernachlässigt werden können. Auch die anderen Streuprozesse sind im Röntgenbereich vernachlässigbar, da die Photonen in einen großen Raumwinkelbereich gestreut werden und deshalb nur ein geringer Anteil der Streustrahlung in den Detektor gelangt.

5.1.3 Einfluss der Ringdipole

Im Spektralbereich oberhalb von 10 keV kann man die Beiträge der Ringdipole zum Photonenfluss aufgrund von ähnlichen Überlegungen wie für die Randpole vernachlässigen. Bei Messungen zur Überprüfung der Abstrahlcharakteristik des WLS im Bereich unterhalb von 10 keV kann man den spektralen Photonenfluss der Dipole abziehen, da man ihn bei abgeschaltetem WLS messen kann. Dies gilt, solange die Strahlage und der Strahlquerschnitte

in den Dipolen nicht zu stark vom WLS beeinflusst werden. Die Ringdipole sollen deshalb nicht weiter betrachtet werden.

5.2 Quellen der Unsicherheit

Die Analyse der systematischen Unsicherheiten bezieht sich wegen der diskutierten Beschränkung auf die radiometrische Nutzung des Hauptpols im Spektralbereich oberhalb von 10 keV . Die Abbildungen und Tabellen beziehen sich vorgreifend auf den weiter unten ausführlich diskutierten WLS der PTB.

5.2.1 Elektronenenergie

Die Energiebestimmung am Speicherring BESSY II kann mit einer relativen Unsicherheit von 5×10^{-5} durchgeführt werden [26]. Damit ergeben sich für $10\text{ keV} \leq E_p \leq 160\text{ keV}$ Unsicherheiten im spektralen Photonfluss von 0.1‰ bis 1.1‰ . Die Abb. 5.1 zeigt die mit der Energiemessung verknüpften Unsicherheiten, die näherungsweise durch $\Delta\Phi_p/\Phi_p \approx 2 \cdot \Delta E/E \cdot E_p/E_c$ gegeben sind.¹ Die gemessene Elektronenenergie ist ein Mittelwert. Die Elektronen im Speicherring sind bezüglich dieses Wertes näherungsweise normalverteilt. Die Breite der Verteilung ist die natürliche Energiebreite, die für BESSY II $7 \cdot 10^{-4}$ beträgt. Da über die auftretenden Energieabweichungen gemittelt wird, trägt die Energiebreite des Strahls in erster Näherung nicht zu den Unsicherheiten bei der Berechnung des Photonflusses bei. So ergibt sich z.B. für 160 keV eine Unsicherheit von unter 0.1‰ , die für niedrigere Photonenergien noch erheblich geringer ausfällt. Sie ist vernachlässigbar gegenüber den Unsicherheiten der Energiemessung.

5.2.2 Magnetische Induktion

Analog zur Energiemessung lassen sich die Unsicherheiten infolge von Fehlern bei der Messung der magnetischen Induktion näherungsweise mit der Beziehung $\Delta\Phi_p/\Phi_p \approx \Delta B/B \cdot E_p/E_c$ berechnen. Daraus ergibt sich, dass eine Unsicherheit $\Delta B/B$ der Magnetfeldmessung etwa einer halb so großen Unsicherheit $\Delta E/E$ der Energiemessung entspricht. Die zugrunde gelegte Unsicherheit der Energiemessung von $\Delta E/E = 5 \cdot 10^{-5}$ impliziert daher, dass das Magnetfeld am Ort der Quelle mit einer Genauigkeit von $\Delta B/B \leq 1 \cdot 10^{-4}$ ermittelt werden sollte. Dieser Zusammenhang bestätigt sich auch im zweiten Bild der Abb. 5.1, in dem die numerisch mit WAVE bestimmten relativen Abweichungen des spektralen Photonflusses für eine Unsicherheit des Magnetfeldes von $\Delta B/B = 1.1 \cdot 10^{-4}$ dargestellt sind. Die angestrebte Genauigkeit der Feldmessung lässt sich mit Hilfe von NMR-Sonden am betrachteten WLS erreichen [27].

¹Aus der Gl. [2.6] ergibt sich im Grenzübergang $\omega_p/\omega_c = E_p/E_c \gg 1$ in der Ringebene $d^2\Phi_p/(dE_p/E_p)/d\theta \sim E_p e^{-E_p/E_c}$ und damit für den Photonfluss durch eine kleine Apertur in der Ringebene in erster Ordnung $\Delta\Phi_p/\Phi_p \approx E_p/E_c \cdot \Delta E_c/E_c$. Aus dem Zusammenhang zwischen der charakteristischen Energie und der Strahlenergie $E_c \sim E^2 B$ erhält man durch eine lineare Entwicklung die obige Beziehung.

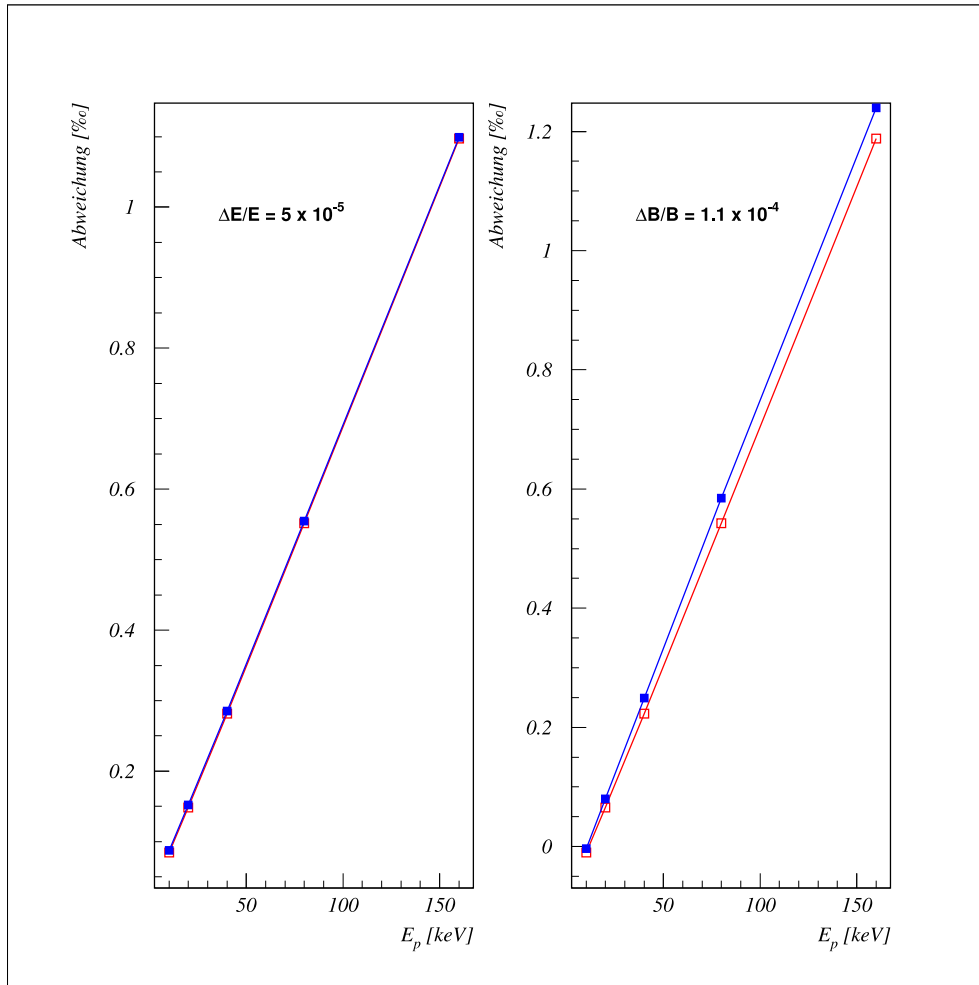


Abbildung 5.1: Relativen Änderungen des spektralen Photonenflusses des Hauptpols durch eine Blende für Fehler der Energie- und Magnetfeldmessung von $\Delta E/E = 5 \cdot 10^{-5}$ und $\Delta B/B = 1.1 \cdot 10^{-4}$. Der Abstand der Blende beträgt 37 m , die Fläche beträgt $1 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$ (\square) bzw. $10 \text{ mm} \times 10 \text{ mm}$ (\blacksquare).

Die Unsicherheit der Magnetfeldmessung am Quellpunkt resultiert nicht allein aus den Fehlern der eigentlichen Messung, sondern auch aus der Bestimmung des Quellpunktes. Die Bestimmung des Quellpunktes ist eng verknüpft mit evtl. Fehlaufstellungen des WLS und wird deshalb im folgenden Abschnitt über Fehlaufstellungen diskutiert.

5.2.3 Fehlaufstellungen des Wellenlängenschiebers

Mit Fehlaufstellungen des WLS werden Ungenauigkeiten bei der Positionierung des WLS in Bezug auf das Labor bezeichnet. Für die radiometrischen Messungen ist jedoch nur die relative Positionierung von WLS und Elektronenstrahl relevant. Die Effekte einer Fehlaufstellung des Gerätes haben ihre Entsprechung in einer falschen Strahlage oder Fehlpositionierung des Detektors. Aufstellungsfehler und Fehler bei der Bestimmung der Strahlage und des

Quellpunktes sind daher nicht zu trennen. Sie werden gemeinsam unter dem Stichwort Fehlaufstellungen behandelt.

Da ein WLS den Elektronenstrahl vertikal fokussiert (vgl. Kap. 6), bewirken vertikale Fehlaufstellungen deutlichere Effekte als vergleichbare horizontale. Dies hängt damit zusammen, dass ein Elektronenstrahl, der nicht in der Mittelebene ($y = 0$) des Gerätes liegt, durch die Fokussierung vertikal abgelenkt wird und die Synchrotronstrahlung einen Detektor in der Ringebene nicht mehr mittig trifft. Vertikale Fehlaufstellungen von 0.1 mm führen dann bereits für einen $1\text{ mm} \times 1\text{ mm}$ großen Detektor bei 160 keV zu Unterschieden im Photonfluss von 19% . Bei einer radiometrischen Messung wird man den Detektor daher so positionieren, dass er ein maximales Signal zeigt. Für die weiteren Fehlerabschätzungen wird dies deshalb vorausgesetzt.

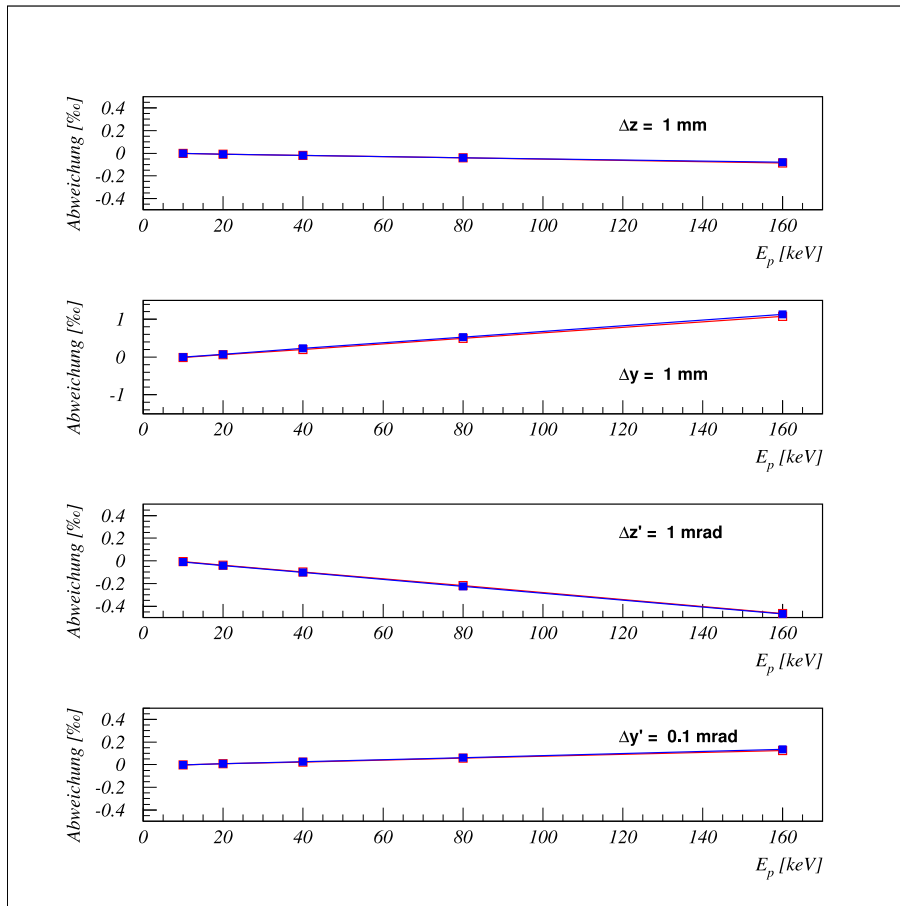


Abbildung 5.2: Abweichungen des spektralen Photonflusses aufgrund von Fehlaufstellungen und Winkelfehlern der Strahlage. Der Detektor steht im Maximum der spektralen Bestrahlungsstärke. Der Abstand der Blende beträgt 37 m , die Fläche beträgt $1\text{ mm} \times 1\text{ mm}$ (□) bzw. $10\text{ mm} \times 10\text{ mm}$ (■).

Berechnet man die Unsicherheiten, die sich aufgrund von horizontalen bzw. vertikalen Fehlaufstellungen von je 1 mm ergeben, erhält man die in der Abb. 5.2 dargestellten Resultate. Der Wert von 1 mm wurde als obere Grenze gewählt, die sowohl von der Strahllagemessung, der Magnetfeldmessung und der räumlichen Einmessung als auch der rechnerischen Bestimmung des Quellpunktes eingehalten werden kann. Die im oberen Bild dargestellten Abweichungen, die sich aus der horizontalen Verschiebung des WLS ergeben, sind gering. Die Ursache ist der nur schwache Gradient in z -Richtung. Horizontale Fehlaufstellungen des Gerätes oder entsprechende Fehler bei der Strahllagebestimmung in mm -Bereich spielen damit für die Radiometrie keine wesentliche Rolle. Für die vertikale Fehlaufstellung ist die Situation zwar kritischer, die resultierenden Unsicherheiten liegen aber noch im gleichen Bereich wie die Unsicherheiten durch die Strahlenergie- und Magnetfeldmessungen.

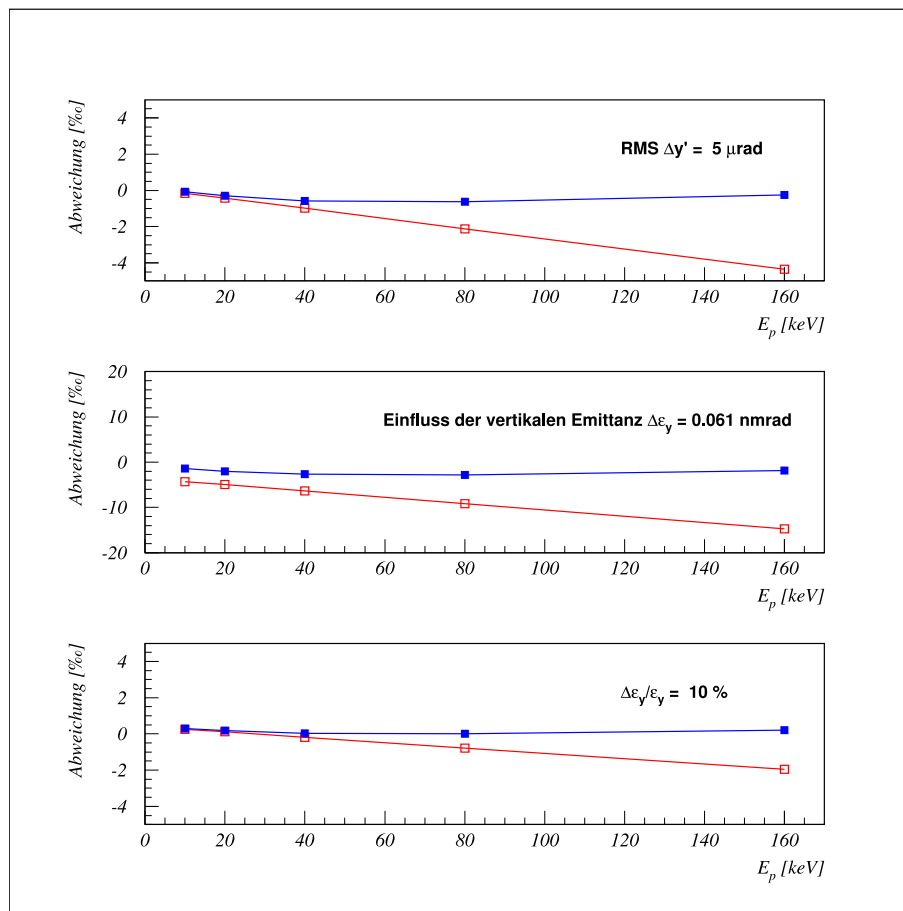


Abbildung 5.3: Einflüsse von vertikalen Strahllageschwankungen, der Emittanz und ihrer Unsicherheit auf den spektralen Photonenfluss durch eine Blende. Der Abstand der Blende beträgt 37 m , die Fläche beträgt $1\text{ mm} \times 1\text{ mm}$ (\square) bzw. $10\text{ mm} \times 10\text{ mm}$ (\blacksquare).

Für den Winkelfehler der Strahllage wird in der Horizontalen 1 mrad und in der Vertikalen 0.1 mrad als obere Grenze angenommen. Der Wert für die Vertikale wurde so klein gewählt, weil mit Hilfe der Synchrotronstrahlung vertikale Winkelablagen über den langen Hebelarm

vom Quellpunkt zum Detektor leicht festgestellt und korrigiert werden können. Das ist in der Horizontalen nicht so einfach möglich, da die Abstrahlcharakteristik des WLS in dieser Ebene sehr breit ist. Bei den Unsicherheiten aus den Winkelfehlern der Strahlage dominieren die Werte für die Horizontale. Die resultierenden Unsicherheiten sind mit weniger als ein 1 ‰ klein. Allerdings befindet sich im Falle des horizontalen Winkelfehlers von 1 mrad und einem Detektorabstand von 37 m die optimale Detektorposition 3.7 cm neben der Längsachse der geraden Strecke und könnte damit außerhalb der Strahlrohrakzeptanz liegen.

Für einen gegebenen WLS kann man die Effekte durch Fehlaufstellungen auch leicht über die Formeln 4.3 auf entsprechende Änderungen des Magnetfeldes am Quellpunkt umrechnen, wenn man die Werte für k_x, k_y und k_z an das Feld im Quellpunkt anpasst. Für das hier betrachtete Gerät findet man $k_x \approx 2\pi/1.9\text{ m}$, $k_y \approx 2\pi/0.433\text{ m}$ und $k_z \approx 2\pi/0.445\text{ m}$. Eine vertikale Fehlaufstellung von 1 mm entspricht dann $\Delta B/B \approx 1 - \cosh(2\pi/0.433 \cdot 0.001) \approx 10^{-4}$. Das ist in Einklang mit den Resultaten in den Abbildungen 5.1 und 5.2.

Die Abhängigkeit des spektralen Photonenflusses von der vertikalen Strahlage macht die Radiometrie empfindlich auf kurzzeitige Strahllageschwankungen, die nicht durch eine Nachpositionierung des Detektors ausgeglichen werden können. Die Strahllageschwankungen haben die gleichen Effekte wie eine Erhöhung der Emittanz. Ihr Einfluss wurde daher untersucht, indem sie quadratisch auf die vertikale Faltungsbreite der Emittanzfaltung addiert wurde. Die vertikale Strahllagestabilität ist bei BESSY II besser als $5\text{ }\mu\text{rad}$. Die dazugehörigen Resultate sind im oberen Teil der Abb. 5.3 dargestellt.

Für eine Detektorfläche von $10\text{ mm} \times 10\text{ mm}$ sind die Einflüsse gering, bei einem kleinflächigen Detektor bzw. einer kleinen Eintrittsapertur fallen sie deutlich größer aus als die bisher betrachteten Unsicherheiten. Da die Schwankung sich ähnlich wie die Strahlemittanz auswirkt, kann sie über die Emittanzfaltung in die Berechnung der Strahlung einbezogen werden. Strahllageschwankungen bzgl. der vertikalen Ablage lassen sich wie Strahllageschwankungen bzgl. des Winkels behandeln. Die betrachtete Schwankung im Winkel von $5\text{ }\mu\text{rad}$ entspricht bei einem Beobachtungsabstand von 37 m einer Schwankung der vertikalen Ablage von $18.5\text{ }\mu\text{m}$. Die tatsächliche Schwankung ist aber mit Werten unterhalb von $10\text{ }\mu\text{m}$ deutlich kleiner und wird hier deshalb vernachlässigt.

5.2.4 Abstand Quellpunkt - Blende

Messtechnisch kann der Abstand von Blende und Quellpunkt mit einer Unsicherheit von 1 mm bestimmt werden². Nimmt man das Doppelte als größte Unsicherheit für den Abstand d , ergibt sich aus dem Abstands-Quadrat-Gesetz eine Unsicherheit $\Delta\Phi_p/\Phi_p \approx 2\Delta d/d < 0.11\text{ ‰}$. Die Bestimmung des Abstandes d spielt damit für die Fehlerabschätzung eine untergeordnete Rolle.

²Der max. verfügbare Abstand am 0-Grad-Strahlrohr des PTB-WLS beträgt etwa 37 m .

5.2.5 Elektronenstrom

Die Messung des Elektronenstroms kann bei BESSY mit einer Genauigkeit von 0.3‰ durchgeführt werden [28]. Da der Photonenfluss direkt proportional zum Strom ist, geht diese Unsicherheit unmittelbar in die radiometrischen Messungen ein.

5.2.6 Emittanz und Energiebreite des Strahls

Die Emittanz des Speicherringes wird - wie bereits beschrieben - durch eine Faltung der spektralen Bestrahlungsstärke berücksichtigt. Die Effekte der Emittanz sind im mittleren Teil der Abb. 5.3 dargestellt. Für $\epsilon_y = 6.1 \cdot 10^{-11} \text{ mrad}$, $\beta_y = 1 \text{ m}$ (1% Kopplung) beträgt die Änderung des spektralen Photonenflusses durch eine $1 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$ große Blende im dargestellten Spektralbereich bis zu 15‰. Ähnlich wie Effekte von Strahllageschwankungen sind die Einflüsse der Emittanz ganz entscheidend vom erfassten Raumwinkel und damit von der Größe des Detektors abhängig. Für eine Detektorfläche von $10 \text{ mm} \times 10 \text{ mm}$ kann der Einfluss der Emittanz vernachlässigt werden. Nimmt man für die Gaußglocken bei der Faltung eine Unsicherheit der Halbwertsbreiten von 10‰ an, findet man für den kleineren Detektor einen mit der Photonenergie näherungsweise linearen Anstieg auf etwa 2‰ für 160 keV (Abb. 5.3). Für den großflächigeren Detektor bleiben die Abweichungen unterhalb von 1‰.

5.2.7 Resultierende Unsicherheit

Die resultierenden Unsicherheiten lassen sich durch eine quadratische Addition aus den diskutierten Beiträgen abschätzen. Die Tabelle 5.1 und die Abb. 5.4 geben die Beiträge und die resultierende Unsicherheit für die verschiedenen Photonenergien und zwei Detektorgrößen an. Die Unsicherheiten aus der Energie-, Magnetfeld- und Strommessung sind als Standardabweichungen angegeben, während die übrigen Fehler Abschätzungen des jeweils ungünstigsten Falles sind und obere Grenzen darstellen.

Numerische Unsicherheiten bei der Berechnung des spektralen Photonenflusses wurden vernachlässigt, da sie wesentlich kleiner als die experimentellen sind (vgl. Kap. 4). Ebenso wurden Fehler bei der Bestimmung der Blendengröße und der Messung der Photonenergie nicht berücksichtigt, da sie durch den Messaufbau und nicht durch den WLS oder den Speicherring bestimmt werden.

Die Tabelle 5.1 zeigt den Anstieg der Unsicherheiten mit der Photonenergie. Die Ursache ist der steile Abfall des Spektrum oberhalb der charakteristischen Energie. So dominiert bei einer Photonenergie von 10 keV noch die Unsicherheit der Strommessung die Gesamtunsicherheit, während bei hohen Photonenergien die Beiträge aus den Unsicherheiten der Strahlenergie- und der Magnetfeldmessungen bedeutsamer werden. Der starke Einfluss der vertikalen Strahllageschwankungen dominiert für kleine Eintrittsblenden zusammen mit der Unsicherheit der Emittanzbestimmung. Es ist deshalb anzustreben, die Emittanz sehr genau zu bestimmen und ihre scheinbare Verbreiterung durch die Strahllageschwankungen in die Berechnung des Photonflusses einzubeziehen. Der Einfluss der Strahllageschwankungen lässt sich ggf. auch durch ein schnelles, rückgekoppeltes Korrektursystem reduzieren.

Quellen der Unsicherheit	Relative Unsicherheit $\Delta\Phi_p/\Phi_p$ [‰] (1σ)				
	10 keV	20 keV	40 keV	80 keV	160 keV
Strahlenergie (1718 ± 0.08) MeV	0.08	0.15	0.28	0.55	1.1
	0.09	0.15	0.29	0.55	1.1
Magnetfeld (6.94 ± 0.00076) T	0.01	0.07	0.22	0.54	1.2
	0.00	0.08	0.25	0.58	1.2
Strom (100 ± 0.03) mA	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
Abstand (37 ± 0.002) m	0.11	0.11	0.11	0.11	0.11
	0.11	0.11	0.11	0.11	0.11
Hori. Fehlaufstellung ± 1 mm	0.00	0.01	0.02	0.04	0.08
	0.00	0.01	0.02	0.04	0.08
Vert. Fehlaufstellung ± 1 mm	0.01	0.06	0.20	0.49	1.1
	0.00	0.07	0.22	0.53	1.1
horizontaler Winkelfehler der Strahlage ± 1 mrad	0.01	0.04	0.10	0.22	0.47
	0.01	0.04	0.10	0.23	0.47
vertikaler Winkelfehler der Strahlage ± 0.1 mrad	0.00	0.01	0.02	0.06	0.13
	0.0	0.01	0.03	0.06	0.14
Schwankungen der vert. Strahlneigung $\pm 5\mu$ rad	0.17	0.42	0.97	2.1	4.4
	0.07	0.30	0.58	0.64	0.25
Emittanz $\sigma_y = (7.8 \pm 0.78) \mu$ m, $\sigma'_y = (7.8 \pm 0.78) \mu$ rad	0.24	0.11	0.18	0.78	1.95
	0.31	0.18	0.04	0.01	0.21
Result. Unsicherheit [‰]	0.4	0.6	1.1	2.5	5.2
	0.5	0.5	0.8	1.2	2.1

Tabelle 5.1: Beiträge und resultierende relative Unsicherheit des spektralen Photonenflusses eines 7T- WLS. Jeweils die erste bzw. zweite Zeile beziehen sich auf eine $1\text{ mm} \times 1\text{ mm}$ bzw. $10\text{ mm} \times 10\text{ mm}$ Blende in 37 m Abstand. Unsicherheiten bei der Bestimmung der Blendengröße und der Photonenergie sind nicht berücksichtigt.

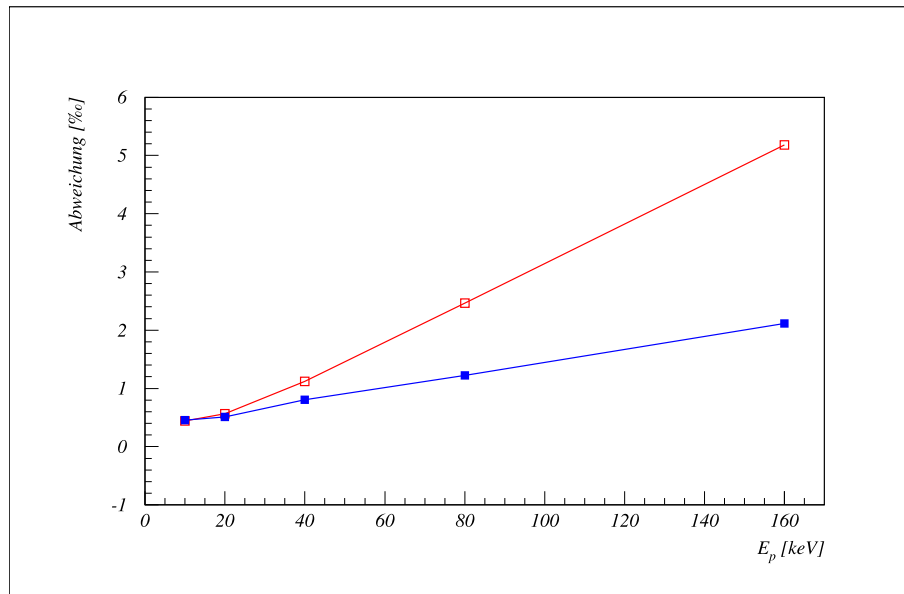


Abbildung 5.4: Resultierende Unsicherheit des spektralen Photonenflusses eines 7T-WLS für zwei verschiedene Blendengrößen. Der Abstand der Blende beträgt 37 m, die Fläche beträgt 1 mm × 1 mm (□) bzw. 10 mm × 10 mm (■).

Da die Unsicherheiten in der Radiometrie an einem WLS wesentlich durch die Messung der Speicherringparameter bestimmt werden, ist ihre Bestimmungen weitgehend unabhängig von der spezifischen Bauweise des WLS, solange die Polbreite und Feldstärke in etwa dem betrachteten Gerät entsprechen. Aus diesem Grunde kann auf eine ausführliche Diskussion anderer Feldkonfigurationen verzichtet werden. Insgesamt ergibt sich aus der Fehlerabschätzung, dass bei der radiometrischen Nutzung eines WLS systematischen Unsicherheiten unterhalb von einem Prozent erreicht werden können.

Kapitel 6

Einfluss eines Wellenlängenschiebers auf die Speicherringoptik

Speicherringe der dritten Generation wie BESSY II werden als Hochbrillanzmaschinen für den Betrieb von Undulatoren optimiert. WLS können aufgrund ihres starken Feldes und ihrer hohen Abstrahlleistung die Magneto-optik und Eigenschaften wie Arbeitspunkt, Emittanz, Polarisationszeit und dynamische Apertur eines Speicherringes erheblich beeinflussen. Die Auswirkungen auf die Maschine müssen deshalb untersucht werden, und die Optik des Ringes und das Magnetfeldkonzept eines WLS müssen aufeinander abgestimmt sein. Im Rahmen dieser Arbeit wurden Methoden entwickelt, die dies ermöglichen. Sie wurden in das Programm WAVE und eine bei BESSY angepasste Version des Trackingcodes BETA [29] implementiert. Im folgenden sollen die Methoden erläutert und einige Ergebnisse diskutiert werden.

6.1 Das asymmetrische Wellenlängenschieber-Modell

Die Felder periodischer Insertion Devices wie Undulatoren und Wiggler werden meist durch

$$B_x = -k_x/k_y B_0 \sin(k_x x) \sinh(k_y y) \cos(k_z z) \quad (6.1)$$

$$B_y = B_0 \cos(k_x x) \cosh(k_y y) \cos(k_z z) \quad (6.2)$$

$$B_z = -k_z/k_y B_0 \cos(k_x x) \sinh(k_y y) \sin(k_z z) \quad (6.3)$$

dargestellt. Abweichend vom WAVE-Koordinatensystem bezeichnen in diesem Zusammenhang z die longitudinale, y die vertikale und x die horizontale Koordinate. Die Wellenzahlen ($k = 2\pi/\lambda$) erfüllen aufgrund der Maxwell-Gleichungen die Bedingung

$$k_z^2 = k_y^2 - k_x^2. \quad (6.4)$$

Im Rahmen dieser Arbeit werden diese Geräte als Halbach-Typ bezeichnet. Im Gegensatz zu Geräten mit periodischem Feld besteht das einfachste WLS-Konzept aus einem zentralen Hauptpol und zwei Randpolen, die die Elektronenbahn hinsichtlich des Versatzes und des

Ablenkungswinkels abgleichen. Geräte dieses Typs lassen sich näherungsweise durch ein Modell beschreiben, bei dem die vertikalen Magnetfelder der Pole durch

$$B_+ = B_0 \cos(kz) \geq 0 \quad \left(-\frac{\lambda_0}{4} \leq z \leq +\frac{\lambda_0}{4} \right) \quad (6.5)$$

$$B_- = -\frac{B_0}{n} \cos\left(\frac{2(kz \pm \frac{\pi}{2})}{n} \pm \frac{\pi}{2}\right) \leq 0 \quad \left(\frac{\lambda_0}{4} \leq |z| \leq \frac{\lambda_0}{4}(1+n) \right) \quad (6.6)$$

mit

$$k = \frac{2\pi}{\lambda_0} \quad (6.7)$$

$$n = \left| \frac{B_+}{B_-} \right| \quad (6.8)$$

dargestellt werden (Abb. 6.1). Ein WLS wird damit durch die drei Parameter B_0 , λ_0 und n definiert. Der Asymmetrieparameter n gibt das Verhältnis der Feldstärken von Haupt- zu Randpol an. Für den Zusammenhang der Feldkomponenten der einzelnen Pole sollen die obigen Beziehungen der Halbach-artigen Geräte (Gl. 6.1-6.4) gelten. Wegen dieser Beziehungen und der Asymmetrie der Polfeldstärken wird in dieser Arbeit das Modell „Asymmetrischer Halbach-Wellenlängenschieber“ (AHW) genannt. Es ist die Grundlage für die nachfolgenden Rechnungen zu den Eigenschaften von WLS hinsichtlich der Emittanz, dynamischen Apertur und Polarisation des Elektronenstrahls.

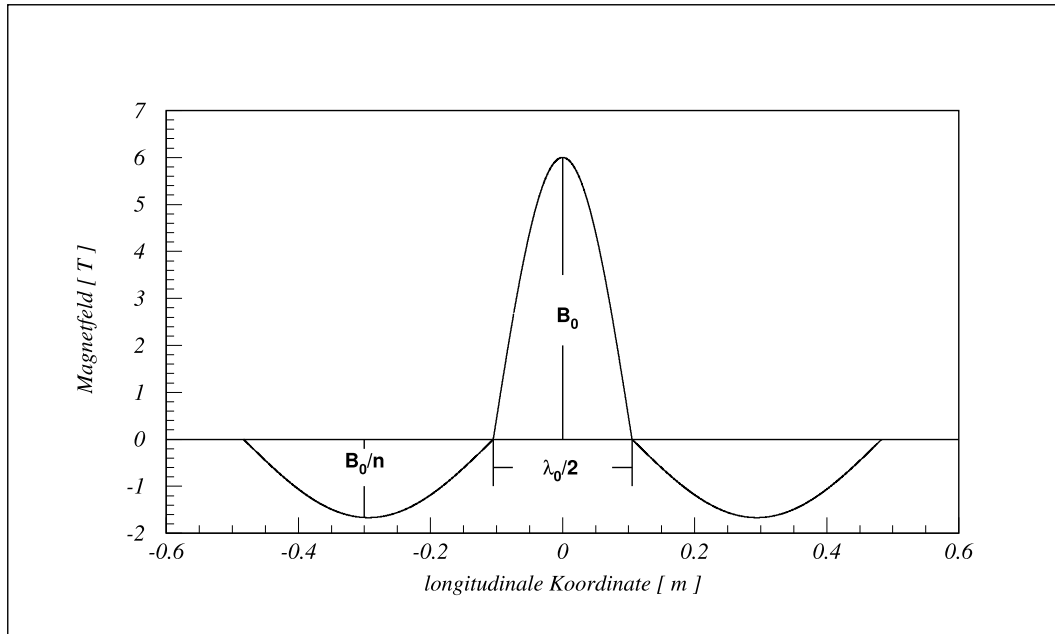


Abbildung 6.1: Magnetfeld des asymmetrischen WLS-Modells

6.2 Einfluss auf die Emittanz

Analytische Emittanzberechnungen für Insertion Devices setzen normalerweise voraus, dass die Geräte viele Perioden haben und die Periodenlänge klein gegenüber der Beta-Funktion

ist [30, 31, 32]. Diese Annahmen gelten jedoch nicht für WLS. Aus diesem Grunde wurden hier spezifische, analytische Methoden entwickelt und numerische Ansätze verwendet, um die Effekte von WLS auf einige Prozent genau zu berechnen [7].

6.2.1 Berechnung der Natürlichen Emittanz

Die Natürliche Emittanz ϵ_0 ist eine globale Eigenschaft des Speicherringes, die aus den Synchrotronstrahlungsintegralen über den Umfang des Ringes berechnet wird [33]. Die Integrale sind für eine planare Maschine, bei der der Strahl in einer Ebene geführt wird, durch

$$I_1 = \oint \eta / \rho ds \quad (6.9)$$

$$I_2 = \oint 1 / \rho^2 ds \quad (6.10)$$

$$I_3 = \oint 1 / |\rho|^3 ds \quad (6.11)$$

$$I_4 = \oint \frac{(1 - 2n)\eta}{\rho^3} ds \quad (6.12)$$

$$I_5 = \oint H / |\rho|^3 ds \quad (6.13)$$

gegeben. Hierbei ist s die Bahnkoordinate um den Ring, ρ der Biegeradius und n der Gradient der Magnete. Die chromatische Funktion $H(s)$ ist gegeben durch die Beta-Funktion β , die Dispersion η und deren Ableitungen bezüglich s :

$$H = \frac{1}{\beta} \left\{ \eta^2 + (\beta\eta' - \frac{1}{2}\beta'\eta)^2 \right\}. \quad (6.14)$$

Die Variablen wie β, η, ϵ beziehen sich soweit nicht anders angegeben auf die horizontale Ebene. Vernachlässigt man Kopplungseffekte, fällt die Natürliche Emittanz ϵ_0 mit der horizontalen Emittanz ϵ_x zusammen und wird hier kurz als Emittanz bezeichnet. Sie ist mit den Strahlungsintegralen über

$$\epsilon_x = C_q \left(\frac{E}{m_0 c^2} \right)^2 \frac{I_5}{I_2 - I_4} \quad (6.15)$$

mit der Quantenkonstante

$$C_q = 3.832 \cdot 10^{-13} m \quad (6.16)$$

verknüpft. Wie die Rechnungen zeigen, kann I_4 in den hier betrachteten Fällen gegenüber I_2 vernachlässigt werden, so dass sich die Emittanz mit

$$\epsilon_x \approx C_q \left(\frac{E}{m_0 c^2} \right)^2 \frac{I_5}{I_2} \quad (6.17)$$

aus dem Verhältnis der Strahlungsintegrale I_5 und I_2 ergibt.

Die Strahlungsintegrale können numerisch aus den optischen Funktionen des Speicherringes berechnet werden. Dies leistet z.B. das Programm BETA. Es berechnet auch die Strahlungsintegrale der Ringdipole, jedoch nicht die der Insertion Devices. Deshalb wurde für

WAVE eine Routine programmiert, die Strahlungsintegrale für beliebige Insertion Devices berechnet. Als Eingaben benötigt sie die Werte der Beta-Funktion, die äußere Dispersion und deren Ableitungen am Anfang des Gerätes sowie das Magnetfeld des Insertion Devices. Darüberhinaus müssen die Strahlungsintegrale der verbleibenden Ringmagnete eingegeben werden. Als Ergebnis erhält man die Strahlungsintegrale des WLS, die Emittanzänderung durch den WLS und zusätzlich die optimalen Werte für die Beta-Funktion in der Mitte des WLS und für die äußere Dispersion. Für diese optimalen Werte erreicht die Emittanz einen minimalen Wert. Im folgenden werden die grundlegenden Konzepte dieser Routine beschrieben.

6.2.2 Innere Dispersion des Wellenlängenschiebers

In die Berechnung der Emittanz geht die Dispersion ein. Man kann sie innerhalb des WLS in eine Summe aus innerer - vom Gerät erzeugten - und äußerer Dispersion aufspalten. Der Summenansatz ist als lineare Näherung ausreichend, da ein WLS im allgemeinen keinen starken horizontalen Gradient aufweist. Zunächst soll ein Gerät in der nicht-dispersiven Strecke eines Speicherringes betrachtet werden. Man schreibt für die dispersive Sollbahn $x(s)$ eines Teilchens mit Impuls p

$$x = x_0 + \eta \frac{\Delta p}{p_0} + \dots \quad (6.18)$$

$$p = p_0 \left(1 + \frac{\Delta p}{p_0} \right) \quad (6.19)$$

Der Index 0 bezieht sich auf Teilchen mit Sollenergie. Die Beziehung zum Biegeradius $\rho(s)$ lautet

$$\frac{1}{\rho(s)} = - \frac{x''}{(1 + x'^2)^{3/2}}. \quad (6.20)$$

Der Ablenkwinkel eines typischen WLS liegt im Bereich von 100 mrad . Der Fehler bei der Vernachlässigung des $1 + x'^2$ - Terms wird deshalb unterhalb von einem Prozent bleiben. Ebenso wird der Unterschied zwischen der longitudinale Koordinate z des WLS und dem Bahnparameter s vernachlässigt. Damit erhält man

$$-x'' \approx \frac{1}{\rho(z)} \quad (6.21)$$

$$\approx \frac{1}{\rho_0} \left(1 - \frac{\Delta \rho}{\rho_0} \right) \quad (6.22)$$

$$\approx \frac{1}{\rho_0} \left(1 - \frac{\Delta p}{p_0} \right) \quad (6.23)$$

$$\approx -x_0'' + x_0'' \frac{\Delta p}{p_0} \quad (6.24)$$

Durch zweimaliges Integrieren und der Forderung $\eta = \eta' = 0$ außerhalb des Gerätes folgt aus Gl. 6.18

$$\eta \approx -x_0. \quad (6.25)$$

Damit kann die durch den WLS erzeugte Dispersion durch die negative Sollbahn im Gerät beschrieben werden. Sie ist wie die Teilchenbahn abgeglichen und verschwindet außerhalb des Gerätes. Im folgenden wird diese Näherung verwendet, soweit nicht anders angegeben. Für ein Gerät in einer symmetrisch aufgebauten geraden Strecke mit der äußeren Dispersion η_e ergibt sich damit

$$\eta \approx -x_0 + \eta_e \quad (6.26)$$

6.2.3 Einfluss der Beta-Funktion auf die Emittanz

Zur Berechnung des Beitrages des WLS zur Emittanz benötigt man die Beta-Funktion innerhalb des WLS. In der Mitte des Gerätes wird $\beta = \beta_0$ gesetzt und aus Symmetriegründen dort $\beta'_0 = 0$ angenommen. Die Beta-Funktion in der Gerätemitte kann man mit einem Tracking-Code numerisch berechnen, wenn man einen hinsichtlich der linearen Eigenschaften äquivalenten WLS vom Halbach-Typ (diesen kann man - wie weiter unten beschrieben - mit WAVE bestimmen) in der Magneto-optik berücksichtigt. Die Beta-Funktion innerhalb des betrachteten WLS gehorcht der Gleichung

$$\frac{1}{2}\beta''\beta + K\beta^2 - 1 - \frac{1}{4}\beta'^2 = 0 \quad (6.27)$$

mit

$$K = -(k - \frac{1}{\rho^2}) = -\frac{c}{p} \frac{dB_y}{ds} \tan(\varphi) + \frac{1}{\rho^2} \quad (6.28)$$

und dem Ablenkwinkel φ . Der K-Term besteht aus zwei Teilen und repräsentiert die Fokussiereffekte des WLS. Der $1/\rho^2$ -Term entspricht der Fokussierung eines Dipols und wirkt nur horizontal. Der k -Term wirkt defokussierend und resultiert aus dem longitudinalen Feldgradienten und der Steigung des Teilchens relativ zur Längsachse des WLS. Da ein WLS ohne horizontalen Gradienten in der Ringebeine keine Nettofokussierung zeigt, erhält man

$$\int_{WLS} K ds = - \int_{WLS} k ds + \int_{WLS} \frac{1}{\rho^2} ds = 0. \quad (6.29)$$

Für die vertikale Fokussierung ergibt sich

$$\int_{WLS} k_{ver} ds = - \int_{WLS} k ds = - \int_{WLS} \frac{1}{\rho^2} ds, \quad (6.30)$$

d.h. die vertikale Fokussierung des WLS ist durch das Integral I_2^{WLS} gegeben. Für die Näherung einer dünnen Linse erhält man damit eine Fokallänge

$$f \approx \frac{1}{I_2^{WLS}}. \quad (6.31)$$

Die für WAVE erstellte numerische Routine berechnet die horizontale Beta-Funktion aus den Prinzipiellen Trajektorien [34]. Sie berücksichtigt also den tatsächlichen Feldverlauf des WLS. Für die folgenden analytischen Betrachtungen wird die Beta-Funktion jedoch durch einen einfachen geräteunabhängigen, parabolischen Ansatz approximiert:

$$\beta = \beta_0 + \frac{z^2}{\beta_0}. \quad (6.32)$$

Dieser Ansatz ist korrekt für $K = 0$, d.h. der WLS wird wie eine Driftstrecke behandelt. Er kann näherungsweise verwendet werden, wenn $K\beta^2$ klein gegenüber den anderen Termen der Gl. 6.27 ist, sollte aber seine Gültigkeit verlieren, wenn die Beta-Funktion so groß ist, dass der $K\beta_0^2$ -Term die Beta-Funktion innerhalb des WLS wesentlich bestimmt. Dennoch zeigt ein Vergleich mit numerischen Rechnungen unter Verwendung der exakten Beta-Funktion auch für ein großes β_0 eine überraschend gute Übereinstimmung. Dies ergibt sich daraus, dass der parabolische Ansatz als das Resultat einer Koordinatentransformation zwischen der Bahnkoordinate s und der longitudinalen Koordinate z des WLS - Systems interpretiert werden kann [7].

Setzt man den parabolischen Ansatz ein, erhält man für H

$$\begin{aligned} H &= \frac{1}{\beta_0}(\eta^2 - 2s\eta\eta' + s^2\eta'^2) + \beta_0\eta'^2 \\ &= \frac{1}{\beta_0}(a + d) + \beta_0b \end{aligned} \quad (6.33)$$

mit den Abkürzungen

$$a = s^2\eta'^2 \quad (6.34)$$

$$d = \eta^2 - 2s\eta\eta' \quad (6.35)$$

$$b = \eta'^2. \quad (6.36)$$

Damit kann das Integral I_5^{WLS} berechnet werden, und das für die Emittanzberechnung gesuchte Verhältnis I_5^{WLS}/I_2^{WLS} kann mit den Abkürzungen

$$A = \frac{1}{I_2^{WLS}} \int_{WLS} \frac{a}{|\rho|^3} ds \quad (6.37)$$

$$D = \frac{1}{I_2^{WLS}} \int_{WLS} \frac{d}{|\rho|^3} ds \quad (6.38)$$

$$B = \frac{1}{I_2^{WLS}} \int_{WLS} \frac{b}{|\rho|^3} ds. \quad (6.39)$$

als

$$\frac{I_5^{WLS}}{I_2^{WLS}} = \frac{1}{\beta_0}(A + D) + \beta_0B \quad (6.40)$$

geschrieben werden. Aus der Gl. 6.33 ist ersichtlich, dass nur der Term D von der äußeren Dispersion η_e abhängt ($\eta'_e = 0$). D ist eine quadratische Funktion von η_e und der Einfluss der äußeren Dispersion auf die Emittanz kann durch eine geeignete Wahl von η_e minimiert werden:

$$\eta_{e,opt} = \frac{\int_{WLS} (s\eta'_i - \eta_i)/|\rho|^3 ds}{\int_{WLS} 1/|\rho|^3 ds}. \quad (6.41)$$

D_{opt} sei der entsprechende Wert von D . Es zeigt sich, dass der beste Wert für die äußere Dispersion näherungsweise durch den maximalen Versatz des Teilchens im WLS gegeben ist, also

$$\eta_{e,opt} \approx x_0^{max}. \quad (6.42)$$

Im nächsten Schritt sucht man den Wert für β_0 , der die Emittanz minimiert. Durch Differenzieren von I_5^{WLS}/I_2^{WLS} nach β_0 erhält man

$$\beta_{0,opt} = \sqrt{(A + D_{opt})/B} \quad (6.43)$$

$$\frac{I_{5,opt}^{WLS}}{I_2^{WLS}} = 2\sqrt{(A + D_{opt})B}. \quad (6.44)$$

Wenn die äußere Dispersion verschwindet (d.h. $\eta \approx -x_0$), sieht man aus Gl. 6.33-6.40, dass das Verhältnis I_5^{WLS}/I_2^{WLS} für große β_0 durch die Steigung der Dispersion η' bzw. der Trajektorie x'_0 bestimmt wird. Für kleine Beta-Funktionen wird jedoch die Ablage zunehmend bedeutsamer. Dies sollte bei der Planung eines WLS berücksichtigt werden, um kleine Emittanzwerte zu erhalten.

Die Summe $A + D$ in Gl. 6.40 kann bei der Berechnungen des Emittanzbeitrages langer Insertion Devices und großer Beta-Funktionen vernachlässigt werden, führt aber zu großen Fehlern bei kurzen Geräten, wenn die Beta-Funktionen klein gehalten wird, um I_5^{WLS} zu minimieren. Im Falle der optimierten Beta-Funktion sind die Beiträge $A + D$ und B gleich groß. Dennoch kann für starke WLS $\beta_{0,opt}$ sehr klein sein - für BESSY II liegt der Wert im Bereich $0.3\text{ m} - 0.6\text{ m}$ - und kann u.U. eine zu starke Fokussierung erfordern. Immerhin kann schon ein realistischer, niedriger Wert von β_0 zu einer deutlichen verbesserten Emittanz führen, wie im Beispiel weiter unten gezeigt wird.

Formfaktoren

Um die Emittanzeffekte eines WLS zu parametrisieren und die resultierende Emittanz zu minimieren, soll ein Konzept benutzt werden, das die spezifischen Eigenschaften des Gerätes durch Formfaktoren berücksichtigt [30]. Zunächst betrachtet man einen Speicherring mit Dipolmagneten des Radius ρ und der Länge l . Die minimierten Emittanzbeiträge der Dipole werden durch

$$\epsilon_{x,opt} = C_q/J_x \left(\frac{E}{m_0}\right)^2 F \left|\frac{l}{\rho}\right|^3 \quad (6.45)$$

mit der Damping-Partition-Number

$$J_x = 1 - \frac{I_4}{I_2} \quad (6.46)$$

beschrieben, d.h.

$$\frac{I_{5,opt}}{I_2 - I_4} = F \left|\frac{l}{\rho}\right|^3 = F|\varphi|^3. \quad (6.47)$$

Das Verhältnis $l/\rho = \varphi$ ist der Ablenkwinkel des Dipols. Verschiedene Werte von Dispersion und Beta-Funktion entsprechen im allgemeinen verschiedenen Formfaktoren. Analog werden mit

$$\varphi_{WLS} = \varphi_0 = \frac{\lambda_0}{\rho_0} \quad (6.48)$$

die Formfaktoren des WLS-Modells für die optimale Beta-Funktion definiert:

$$\frac{I_{5,opt}^{WLS}}{I_2^{WLS} - I_4^{WLS}} \approx \frac{I_{5,opt}^{WLS}}{I_2^{WLS}} \approx F_{WLS} |\varphi_{WLS}|^3, \quad (6.49)$$

wobei $\lambda_0/2$ die Länge des Hauptpols und ρ_0 der Biegeradius zur Feldamplitude B_0 des Modells (Abb. 6.1) sind. Aus dem Magnetfeld berechnet man die Strahlungsintegrale und die Größen A , D und B als Funktionen der Parameter des Modells. Zur Vereinfachung führt man die Skalenvariablen

$$\tilde{A} = A/\lambda_0 \quad (6.50)$$

$$\tilde{D} = D/\lambda_0 \quad (6.51)$$

$$\tilde{B} = B\lambda_0 \quad (6.52)$$

$$\tilde{\beta} = \beta/\lambda_0 \quad (6.53)$$

$$\tilde{\eta}_e = \eta_e/(\rho_0\varphi_0^2) \quad (6.54)$$

also

$$\frac{I_5^{WLS}}{I_2^{WLS}} = \frac{1}{\tilde{\beta}_0}(\tilde{A} + \tilde{D}) + \tilde{\beta}_0\tilde{B} \quad (6.55)$$

ein. Die skalierte optimale Beta-Funktion kann als Formfaktor F_β interpretiert werden, der die Beziehung zwischen der Periodenlänge λ_0 des Hauptpols und der optimalen Beta-Funktion β_0 angibt:

$$F_\beta = \tilde{\beta}_{0,opt} = \beta_{0,opt}/\lambda_0 = \sqrt{(\tilde{A} + \tilde{D}_{opt})/\tilde{B}}. \quad (6.56)$$

$$(6.57)$$

Der Formfaktor F_{WLS} ist gegeben durch

$$F_{WLS} = \frac{I_{5,opt}^{WLS}}{I_2^{WLS}} \frac{1}{|\varphi_{WLS}|^3} = \frac{2}{\varphi_0^3} \sqrt{(\tilde{A} + \tilde{D}_{opt})\tilde{B}}. \quad (6.58)$$

Mit den berechneten Formfaktoren, ergibt sich das Verhältnis I_5^{WLS}/I_2^{WLS} für beliebige Beta-Funktionen und WLS-Parameter λ_0 und ρ_0 zu

$$\frac{I_5^{WLS}}{I_2^{WLS}} = F_{WLS} \frac{\lambda_0^3}{\rho_0^3} \frac{1}{2} \left(\frac{\tilde{\beta}_0}{F_\beta} + \frac{F_\beta}{\tilde{\beta}_0} \right). \quad (6.59)$$

Bevor dieser Formalismus zur Berechnung des Einflusses eines WLS auf die Emittanz angewendet wird, soll zunächst die resultierende Emittanz von Speicherring und WLS allgemein betrachtet werden.

Gesamtemittanz

Die Emittanz des Speicherringes inklusive WLS ist näherungsweise gegeben durch

$$\frac{I_5}{I_2} = \frac{I_5^{dip} + I_5^{WLS}}{I_2^{dip} + I_2^{WLS}}. \quad (6.60)$$

Der Index *dip* bezeichnet die Integrale bezüglich der Ringdipole. In den hier betrachteten Fällen ist I_4 klein und wurde vernachlässigt. Die Emittanzberechnungen von BETA berücksichtigen nur die Ringdipole, nicht jedoch die Insertion Devices. Dennoch liefert das Programm für Optiken mit und ohne WLS im allgemeinen verschiedene Ergebnisse, da die Insertion Devices die optischen Funktionen und damit die Emittanz beeinflussen. Um die korrekten Werte für die Integrale I_5^{dip} und I_2^{dip} zu erhalten, wurde deshalb ein äquivalenter Halbch-WLS mit der gleichen Fokussierung wie das betrachtete Gerät in die Liste der Speicherringelemente eingesetzt und die Optik entsprechend korrigiert.

Es zeigt sich, dass das Kompensationsschema für BESSY II, das den Einfluss des WLS auf die optischen Funktionen korrigiert, die Integrale I_2 und I_5 um weniger als ein Prozent verändert. Deshalb können die Integrale für den Speicherring mit WLS näherungsweise aus den Integralen I_2^0 und I_5^0 für die ungestörte Optik und denjenigen des WLS berechnet werden. Das Verhältnis I_5/I_2 ergibt sich so zu

$$\frac{I_5}{I_2} \approx \frac{I_5^0 + I_5^{WLS}}{I_2^0 + I_2^{WLS}}. \quad (6.61)$$

In der Darstellung

$$\frac{I_5}{I_2} \approx \frac{\frac{I_5^0}{I_2^0} I_2^0 + \frac{I_5^{WLS}}{I_2^{WLS}} I_2^{WLS}}{I_2^0 + I_2^{WLS}} \quad (6.62)$$

kann die Gesamtemittanz als ein gewichtetes Mittel der Verhältnisse I_5/I_2 mit den Integralen I_2 als Gewichten interpretiert werden. Der Einfluss des WLS ergibt sich also aus seinem Gewicht in Relation zum Gewicht der Ringdipole. Typische, bei BESSY eingesetzte WLS haben ein ziemliches hohes Gewicht von etwa 10%. Dies ist eine Folge ihrer großen Abstrahlleistung, die proportional zu I_2^{WLS} ist.

6.2.4 Emittanzberechnungen für das AHW-Modell

Die in den vorangegangenen Abschnitten beschriebenen Konzepte können auf das bereits oben eingeführte WLS-Modell mit den Parametern B_0 , λ_0 und n angewendet werden. Wenn man die Effekte des WLS durch die Parameter des Modells ausdrückt, kann man über eine systematische Variation dieser Parameter das Gerät finden, dass die angestrebten Werte für die Emittanz und Polarisationszeit (s.u.) am besten erfüllt. Dazu muss man die relevanten Größen als Funktionen der Parameter ableiten.

Mit $x_0'' \approx -1/\rho(s)$ kann man das Integral I_2 und die maximale Ablage der Trajektorie berechnen:

$$I_2 = \int \frac{1}{\rho^2} ds \approx \frac{\lambda_0}{4\rho_0^2} \left(1 + \frac{1}{n}\right) \quad (6.63)$$

$$x_{max} \approx \frac{1}{16\pi} \frac{\lambda_0^2}{\rho_0} \left(n + \frac{4}{\pi}\right) \quad (6.64)$$

Die Länge des Gerätes ist gegeben durch

$$L = \frac{\lambda_0}{2}(1 + n). \quad (6.65)$$

Wie bereits erwähnt, kann die Fokallänge f näherungsweise aus dem zweiten Strahlungsintegral berechnet werden:

$$f \approx \frac{1}{I_2} \approx \frac{4\rho_0^2}{\lambda_0} \left(\frac{n}{n+1}\right) \quad (6.66)$$

Die Fokallänge ist von Interesse, weil sie es erlaubt, einen äquivalenten Halbch-Wiggler zu bestimmen, der in BETA benötigt wird, um die lineare Optik des Ringes zu korrigieren und die zugehörigen Integrale I_2^{dip} und I_5^{dip} zu bestimmen.

Da die Feldform des WLS vom Asymmetrieparameter n abhängt, sind die Formfaktoren F_{WLS} und F_β nicht nur eine Funktion der äußeren Dispersion η_e , sondern auch von n . Die Herleitung der Formfaktoren sowie des optimalen Wertes der äußeren Dispersion folgt dem obigen Schema und führt zu komplizierten Ausdrücken [7], die hier nicht wiedergegeben werden sollen.

Im Spezialfall einer nicht-dispersiven geraden Strecke, wurden halb-empirische Formeln gefunden, die eine Abschätzung der Formfaktoren und damit mit einer Genauigkeit von ca. 10 Prozent auch des Verhältnisses I_5^{WLS}/I_2^{WLS} erlauben:

$$F_{WLS} = 0.0161 \left(\frac{(n+1)^2}{8n}\right)^{\frac{3}{2}} \quad (6.67)$$

$$F_\beta = 0.291 (n+1). \quad (6.68)$$

Die obigen Gleichungen stellen einen Formelapparat bereit, mit dem man die Emittanzeffekte für ein WLS-Modell realistisch abschätzen kann. Als Ergänzung und zur Überprüfung wurde

parallel die numerische Berechnung der Integrale I_2 und I_5 in das Programm WAVE implementiert. Dies erlaubt es auch, den Rahmen des Modells zu verlassen und z.B. gemessene Magnetfelder zu verwenden.

Die Ergebnisse der Modellrechnungen sind in der Abbildung 6.2 für die an das LIGA- Gerät angepassten Parameter dargestellt. Die resultierende Emittanz ist als Funktion der Beta-Funktion für zwei Werte der Dispersion aufgetragen. Sie wurde zum einfachen Vergleich auf die Emittanz des ungestörten Ringes bezogen.

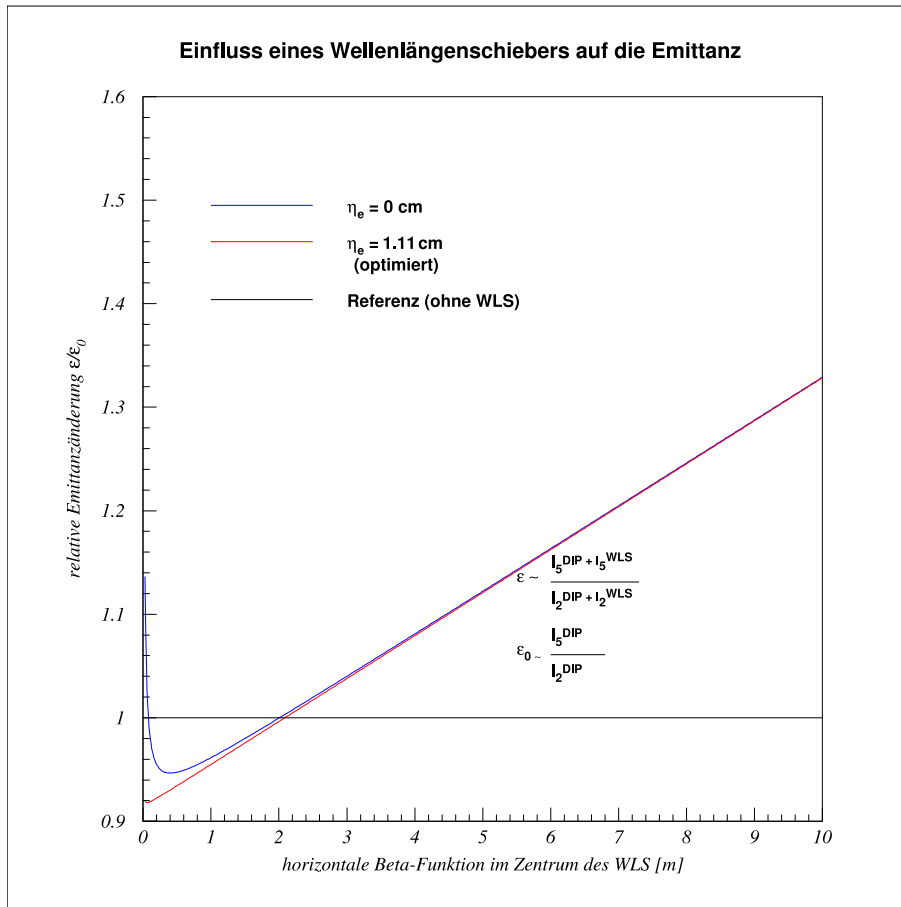


Abbildung 6.2: Einfluss eines WLS auf die Emittanz des Speicherringes. Die Parameter des WLS-Modells sind an das LIGA-Gerät angepasst ($B_0 = 6\text{ T}$, $\lambda_0 = 0.36\text{ m}$, $n = 2.8$). Die Variable η_e bezeichnet die Dispersion im geraden Stück. Bei BESSY II gilt $\eta_e = 0$.

Für Beta-Funktionen oberhalb von etwa 2 m vergrößert der WLS die Emittanz. Die Emittanzänderung hängt in diesem Bereich näherungsweise linear von der Beta-Funktion ab. Für Beta-Funktionen zwischen 0.2 m und 2 m verbessert sich die Emittanz gegenüber der ungestörten Maschine. Dies begründet das Konzept der Low-Beta-Sektionen in der aktuellen Optik von BESSY II.

Im Low-Beta-Bereich zeigt sich eine zusätzliche Abhängigkeit der Emittanz von der Dispersion im geraden Stück. Der optimale Wert der Dispersion ist in guter Näherung durch die maximale Strahlablage gegeben. Der Wert beträgt in dem gewählten Beispiel 1.1 cm . Die Emittanz der Maschine reagiert daher bei sehr kleine Beta-Funktionen empfindlich auf geringe Änderungen der Dispersion. Für die Optik mit Beta-Funktionen im Bereich von 1 m sind die Unterschiede, wie die Abb. 6.2 zeigt, jedoch relativ gering.

Die Abbildung zeigt auch die Werte der Beta-Funktion, bei der die minimale Emittanz erreicht wird. Die Werte sind vergleichsweise klein. Im Falle der optimalen Dispersion sind sie praktisch nicht realisierbar.

6.2.5 Einfluss eines Wellenlängenschiebers auf die Energiebreite

Ähnlich wie die Emittanz wird auch die Energiebreite des Strahls aus den obigen Strahlungsintegralen berechnet [33]:

$$\left(\frac{\sigma_E}{E}\right)^2 = C_q \left(\frac{E_0}{m_e c^2}\right)^2 \frac{I_3}{2I_2 + I_4} \quad (6.69)$$

$$\approx C_q \left(\frac{E_0}{m_e c^2}\right)^2 \frac{I_3}{2I_2} \quad (6.70)$$

$$= C_q \left(\frac{E_0}{m_e c^2}\right)^2 \frac{I_3^{dip} + I_3^{WLS}}{2I_2^{dip} + 2I_2^{WLS}} \quad (6.71)$$

Für das AHW-Modell findet man mit der Näherung $s \approx z$

$$I_3^{WLS} = \frac{2}{3\pi} \frac{\lambda_0(n^2 + 2)}{n^2} \left(\frac{B_0 e c}{E}\right)^3. \quad (6.72)$$

Damit lässt sich im Rahmen des AHW-Modells die Änderung der Energiebreite des Strahls (ohne WLS beträgt sie $7 \cdot 10^{-4}\text{ GeV}$) abschätzen. Für die Parameter des obigen Modells findet man bei 1.7 GeV eine akzeptabel Erhöhung von ca. 9 Prozent.

6.3 Trackingrechnungen

Die bisher diskutierten Einflüsse des WLS auf Emittanz und Energiebreite beruhen im wesentlichen auf den linearen Eigenschaften des Gerätes. Sie können zudem ohne Trackingrechnungen bestimmt werden. Für die Berechnung der dynamischen Apertur sind jedoch Trackingrechnungen erforderlich, die auch die nichtlinearen Eigenschaften nahezu beliebiger Magnetfelder von Insertion Devices berücksichtigen. Für WAVE und BETA wurden deshalb Methoden entwickelt, die dies ermöglichen. Sie sollen im folgenden dargestellt werden.

6.3.1 Kanonische Variablen und Erzeugende-Funktionen

Die Motivationen und Vorteile für kanonische Trackingprogramme basierend auf Erzeugende-Funktionen wurden bereits von J. Bahrtdt und G. Wüstefeld für Insertion Devices diskutiert

[35, 36]. Sie haben analytisch eine Erzeugende-Funktion für Wiggler und Undulatoren abgeleitet und als Unterprogramm in BETA implementiert, um Teilchen schnell und symplektisch durch Insertion Devices tracken zu können. In ihrem Ansatz wird die Erzeugende-Funktion als Taylor-Reihe dritter Ordnung bezüglich der kanonischen Impulse p_x, p_y und des Teilchenimpulses bzw. der Biegesteifigkeit des Strahles $B\rho$ entwickelt. Dieser Ansatz ist sehr effizient, eignet sich aber nur für Geräte mit großen Biegeradien.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde die grundlegende Idee eines kanonischen Trackingprogrammes zur Berechnung der Erzeugenden-Funktion für supraleitende WLS aufgegriffen. Die Taylor-Reihe wurde aber anders als im obigen Ansatz hinsichtlich der kanonischen Variablen q_x, q_y, p_x, p_y entwickelt. Dies erfordert einen numerischen Ansatz, da die analytische Entwicklung der Taylor-Reihe auf ein nicht geschlossen-lösbares System von Differentialgleichungen führt. Der numerische Ansatz hängt zwar von der Verfügbarkeit und den Möglichkeiten numerischer Tracking- und Fitprogrammen ab, ist aber sehr flexibel und kann nicht nur auf WLS sondern prinzipiell auf jedes Magnetfeld angewendet werden. Darüberhinaus ist der Ansatz nicht strikt in der Ordnung der Entwicklung begrenzt.

Teilchen führen in einem Speicherring Betatronschwingungen um die geschlossene Sollbahn aus. Diese kann durch kanonische Variable und Erzeugende-Funktionen beschrieben werden [37]. Das betrachtete Teilchen habe die Ladung $\pm e$, die horizontalen und vertikalen Ablagen x_i, y_i sowie die Steigungen x'_i, y'_i an einem gegebenen Startpunkt i in der Eintrittsebene eines Insertion Devices. Am Endpunkt f der Trajektorie seien x_f, y_f, x'_f, y'_f die entsprechenden Variablen in der Austrittsebene. Die Bewegungsgleichungen für ein Teilchen in einem Magnetfeld $\vec{B} = (B_x, B_y, B_z)$ mit dem Biegeradius ρ lauten in kartesischen Koordinaten

$$x'' = \frac{\pm 1}{|B\rho|} \sqrt{1 + x'^2 + y'^2} (y' B_z - (1 + x'^2) B_y + x' y' B_x) \quad (6.73)$$

$$y'' = \frac{\mp 1}{|B\rho|} \sqrt{1 + x'^2 + y'^2} (x' B_z - (1 + y'^2) B_x + x' y' B_y). \quad (6.74)$$

Die gestrichenen Variablen bedeuten dabei Ableitungen bezüglich der longitudinalen Koordinate z . Die kanonischen Variablen sind gegeben durch

$$q_x = x \quad p_x = \pm A_x / |B\rho| + x' / \sqrt{1 + x'^2 + y'^2} \quad (6.75)$$

$$q_y = y \quad p_y = \pm A_y / |B\rho| + y' / \sqrt{1 + x'^2 + y'^2}. \quad (6.76)$$

$\vec{A} = (A_x, A_y, A_z)$ bezeichnet das Vektorpotential des magnetischen Feldes.

Zunächst soll angenommen werden, dass alle Variablen in einem festen Laborsystem definiert sind, und dass das betrachtete Insertion Device perfekt aufgestellt und abgeglichen ist. Beim Durchgang erfährt ein Teilchen auf der Sollbahn also keinen resultierenden Versatz und keine resultierende Ablenkung. Weiter soll gelten, dass die Eingangs- und Ausgangsebenen der Magnetstruktur parallel sind und senkrecht auf der Sollbahn stehen.

Die Erzeugende-Funktion $F_2(q_{x_i}, p_{x_f}, q_{y_i}, p_{y_f})$ verknüpft die kanonischen Variablen $q_{x_i}, p_{x_f}, q_{y_i}, p_{y_f}$ und $q_{x_f}, p_{x_i}, q_{y_f}, p_{y_i}$:

$$q_{x_f} = \partial F_2 / \partial p_{x_f} \quad p_{x_i} = \partial F_2 / \partial q_{x_i} \quad (6.77)$$

$$q_{y_f} = \partial F_2 / \partial p_{y_f} \quad p_{y_i} = \partial F_2 / \partial q_{y_i} \quad (6.78)$$

Sie repräsentiert auf diese Weise die Eigenschaften des Gerätes zwischen der Eingangs- und Ausgangsebene. Die Erzeugende-Funktion ist durch die gleichzeitige Abhängigkeit von Eingangs- und Ausgangsvariablen etwas unhandlich, gewährleistet aber die Erhaltung des Phasenraumes.

Dies gilt auch dann, wenn sie in einer Reihe entwickelt wird und höhere Ordnungen und damit physikalische Informationen vernachlässigt werden. Diese Phasenraumerhaltung ist im allgemeinen nicht gegeben, wenn die Erzeugende-Funktion nach den Variablen x, x', y, y' entwickelt wird.

Entwicklung der Erzeugenden-Funktion

Im Allgemeinen ist die Erzeugende-Funktion für ein gegebenes Magnetfeld unbekannt. Um sie zu finden, wird der Ansatz

$$F_2(q_{x_i}, p_{x_f}, q_{y_i}, p_{y_f}) = \sum_{k+l+m+n=1}^M a_{klmn} q_{x_i}^k p_{x_f}^l q_{y_i}^m p_{y_f}^n + \dots \quad (6.79)$$

gemacht. Die Erzeugende-Funktion zu finden, bedeutet nun, die Entwicklungskoeffizienten a_{klmn} zu bestimmen. Man kann sie aus den kanonischen Variablen eines repräsentativen Teilchensatzes, der durch das Magnetfeld getrackt wird, ableiten. $Q_{x_i}, P_{x_i}, Q_{x_f}, P_{x_f}, Q_{y_i}, P_{y_i}, Q_{y_f}$ und P_{y_f} seien die kanonischen Variablen der Teilchen, die sich aus dem Tracking ergeben, und $q_{x_f}, p_{x_i}, q_{y_f}, p_{y_i}$ die Variablen, die sich aus der Berechnung der Erzeugenden-Funktion ergeben. Als beste Darstellung der a_{klmn} sollen diejenigen Koeffizienten definiert werden, die die Größe χ^2 minimieren:

$$\chi^2 = \sum_{\nu=1}^N [(q_{x_f,\nu} - Q_{x_f,\nu})^2 + (p_{x_i,\nu} - P_{x_i,\nu})^2 + (q_{y_f,\nu} - Q_{y_f,\nu})^2 + (p_{y_i,\nu} - P_{y_i,\nu})^2] \quad (6.80)$$

$\stackrel{!}{=} \min$

Der Index ν bezeichne das ν -te von N Teilchen. Unter Ausnutzung der Eigenschaften der Erzeugenden-Funktion (Gl. 6.77-6.78) erhält man

$$\begin{aligned} \chi^2 = \sum_{\nu=1}^N [(\partial F_2 / \partial p_{x_f,\nu} - Q_{x_f,\nu})^2 + (\partial F_2 / \partial q_{x_i,\nu} - P_{x_i,\nu})^2 \\ + (\partial F_2 / \partial p_{y_f,\nu} - Q_{y_f,\nu})^2 + (\partial F_2 / \partial q_{y_i,\nu} - P_{y_i,\nu})^2] \end{aligned} \quad (6.81)$$

Ersetzt man $q_{x_i,\nu}, p_{x_f,\nu}, q_{y_i,\nu}, p_{y_f,\nu}$ durch $Q_{x_i,\nu}, P_{x_f,\nu}, Q_{y_i,\nu}, P_{y_f,\nu}$ und differenziert nach a_{klmn} ,

so erhält man mit Gl. 6.79 aus der Forderung $\chi^2 = \min$ ein Lineares Gleichungssystem für die Koeffizienten:

$$\begin{aligned}
& \sum_{\nu=1}^N \sum_{k+l+m+n=1}^M l' l a_{klmn} Q_{x_i,\nu}^{k'+k} P_{x_f,\nu}^{(l'-1)+(l-1)} Q_{y_i,\nu}^{m'+m} P_{y_f,\nu}^{n'+n} \\
& + \sum_{\nu=1}^N \sum_{k+l+m+n=1}^M k' k a_{klmn} Q_{x_i,\nu}^{(k'-1)+(k-1)} P_{x_f,\nu}^{l'+l} Q_{y_i,\nu}^{m'+m} P_{y_f,\nu}^{n'+n} \\
& + \sum_{\nu=1}^N \sum_{k+l+m+n=1}^M n' n a_{klmn} Q_{x_i,\nu}^{k'+k} P_{x_f,\nu}^{l'+l} Q_{y_i,\nu}^{m'+m} P_{y_f,\nu}^{(n'-1)+(n-1)} \\
& + \sum_{\nu=1}^N \sum_{k+l+m+n=1}^M m' m a_{klmn} Q_{x_i,\nu}^{k'+k} P_{x_f,\nu}^{l'+l} Q_{y_i,\nu}^{(m'-1)+(m-1)} P_{y_f,\nu}^{n'+n} \\
& = \\
& \sum_{\nu=1}^N l' Q_{x_f,\nu} Q_{x_i,\nu}^{k'} P_{x_f,\nu}^{l'-1} Q_{y_i,\nu}^{m'} P_{y_f,\nu}^{n'} + \sum_{\nu=1}^N k' P_{x_i,\nu} Q_{x_i,\nu}^{k'-1} P_{x_f,\nu}^{l'} Q_{y_i,\nu}^{m'} P_{y_f,\nu}^{n'} \\
& + \sum_{\nu=1}^N n' Q_{y_f,\nu} Q_{x_i,\nu}^{k'} P_{x_f,\nu}^{l'} Q_{y_i,\nu}^{m'} P_{y_f,\nu}^{n'-1} + \sum_{\nu=1}^N m' P_{y_i,\nu} Q_{x_i,\nu}^{k'} P_{x_f,\nu}^{l'} Q_{y_i,\nu}^{m'-1} P_{y_f,\nu}^{n'}.
\end{aligned} \tag{6.82}$$

Die Anzahl der zu bestimmenden Koeffizienten richtet sich nach der Ordnung der Entwicklung bzw. der Anzahl der Kombinationen mit $0 < k' + l' + m' + n' \leq M$. Für $M = 4$ erhält man beispielsweise 69 und für $M = 6$ 209 Koeffizienten. Eine Entwicklung bis zur vierten Ordnung konvergiert im allgemeinen ausreichend und schließt oktapolartige Terme ein. Die Anzahl N der zu trackenden Teilchen sollte deutlich über der Zahl der Koeffizienten liegen, um Singularitäten des Gleichungssystems zu vermeiden und einen repräsentativen Satz von Koeffizienten zu bekommen. Darüberhinaus verringert sich mit der Zahl der Trajektorien die numerische Unsicherheit der Koeffizienten.

Numerische Bestimmung der Koeffizienten

Die numerische Berechnung der Koeffizienten geschieht im Programm WAVE in zwei Schritten. Im ersten Schritt wird eine Serie von Teilchen mit unterschiedlichen Eingangsvariablen durch das betrachtete Magnetfeld verfolgt. Die Ablagen, Steigungen und Vektorpotentiale an Anfang und Ende der Bahn werden berechnet und gespeichert. Im zweiten Schritt wird das Gleichungssystem berechnet und numerisch gelöst.

Tracking

Die angepasste Erzeugende-Funktion reflektiert nicht nur die magnetischen Eigenschaften des betrachteten Gerätes, sondern auch die Auswahl der Teilchen, d.h. die resultierenden Koeffizienten repräsentieren auch den Phasenraum der verwendeten Teilchenbahnen. Beschränkt man sich z.B. auf einen Bereich dicht um die Sollbahn, erhält man eine Erzeugende-Funktion, die mehr oder weniger nur die linearen Eigenschaften des Gerätes wiedergibt, während bei Mitnahme von Teilchen aus dem Halobereich des Elektronenstrahls die Nichtlinearitäten stärker berücksichtigt werden.

In WAVE werden die Startpunkte der Trajektorien auf einem gleichmäßigen Gitter der kinematischen Variablen x_i, x'_i, y_i und y'_i erzeugt. Das Gitter ist dabei um die Sollbahn zentriert und deckt den relevanten Bereich des Phasenraumes einschließlich des Strahlhalos ab. Es werden nur Teilchenbahnen akzeptiert, die eine vorgegebenen Apertur an Ein- und Ausgang des Gerätes passieren. Nach der Erzeugung der Startwerte werden die Teilchen Schritt für Schritt durch das Magnetfeld verfolgt. Innerhalb eines Schrittes wird das Magnetfeld als konstant angesehen, d.h. das Teilchen bewegt sich auf einem Kreissegment. Das Magnetfeld kann aus vorgegebenen Modellen innerhalb von WAVE gewählt, oder extern vom Benutzer vorgegeben werden.

Fit der Koeffizienten

Das Anpassen der Koeffizienten bedeutet mathematisch das Lösen eines Linearen Gleichungssystems. Nach der Anpassung der Koeffizienten wird geprüft, ob die Erzeugende-Funktion die betrachteten Teilchenbahnen hinreichend beschreibt. Als Maß wird die Größe $\bar{\chi}$ betrachtet:

$$\bar{\chi} := \frac{\sqrt{\chi^2/N}}{\frac{1}{N} \sum_{\nu=1}^N \sqrt{Q_{x_f,\nu}^2 + P_{x_i,\nu}^2 + Q_{y_f,\nu}^2 + P_{y_i,\nu}^2}} \quad (6.83)$$

$\bar{\chi}$ repräsentiert den mittleren relativen Fehler, den man macht, wenn man die „wahren“ kanonischen Variablen der getrackten Teilchen durch die aus der Erzeugenden-Funktion berechneten ersetzt. Darüberhinaus erlaubt die Größe einen Vergleich zwischen verschiedenen Sätzen von Koeffizienten hinsichtlich ihres physikalischen Inhalts. Damit lässt sich beurteilen, ob unterschiedliche Anpassungen verschiedene Geräte beschreiben oder die Anpassungen für verschiedene Bereiche des Phasenraumes gültig sind. Auch verschiedene Trackingalgorithmen lassen sich damit vergleichen.

Lineare Transformmatrizen

Obwohl die Interpretation der Koeffizienten hinsichtlich ihrer physikalischen Bedeutung nicht für alle Ordnungen offensichtlich ist, können aus den Koeffizienten der zweiten Ordnung die Linearen Transformmatrizen M_x und M_y für die Größen x, x' bzw. y, y' abgeleitet werden. Mit

$$\begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_i \\ x'_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_f \\ x'_f \end{pmatrix} \quad (6.84)$$

und

$$\begin{pmatrix} (a_{1100}^2 - 4a_{2000}a_{0200})/a_{1100} & 2a_{0200}/a_{1100} \\ -2a_{2000}/a_{1100} & 1/a_{1100} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_{x_i} \\ p_{x_i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_{x_f} \\ p_{x_f} \end{pmatrix} \quad (6.85)$$

erhält man für ein außerhalb des Gerätes verschwindendes Vektorpotential im Grenzübergang $p_x \rightarrow x'$

$$\begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (a_{1100}^2 - 4a_{2000}a_{0200})/a_{1100} & 2a_{0200}/a_{1100} \\ -2a_{2000}/a_{1100} & 1/a_{1100} \end{pmatrix}. \quad (6.86)$$

Nachdem die Linearen Transfermatrizen für ein Insertion Device mit beliebigem Feld bestimmt sind, kann man ein Insertion Device vom Halbach-Typ (Gl. 6.1-6.4) mit näherungsweise der gleichen Transfermatrix bestimmen. Im Rahmen dieser Arbeit wird das so bestimmte Gerät als „äquivalenter“ Halbach-Wiggler bezeichnet. Äquivalent bedeutet hierbei gleichwertig hinsichtlich der Einflüsse auf die lineare Optik des Speicherringes. Der Grund, dieses Gerät zu bestimmen, liegt darin, dass Tracking-Programme Insertion Devices meist nur in dieser Form behandeln und man am einfachsten über die Eingabe dieses Gerätes die lineare Optik anpassen kann.

Leistungsfähigkeit und Grenzen des Programmes

Die oben definierte Größe $\bar{\chi}$ stellt ein Maß für die Güte der Methode aber auch der Leistungsfähigkeit des Programmes WAVE hinsichtlich der Erzeugenden-Funktionen dar. Wenn $\bar{\chi}$ hinreichend klein ist, beschreibt die Entwicklung der Erzeugenden-Funktion den Durchgang der Teilchen durch das Magnetfeld gut. Das heißt, dass die Taylor-Reihe der Erzeugenden-Funktion konvergiert und dass keine numerischen Probleme aufgetreten sind. Das verbleibende $\bar{\chi}$ resultiert aus verschiedenen Unsicherheiten und zeigt die Grenzen des Programmes auf.

Einige Unsicherheiten können sich aus den Trackingroutinen ergeben, andere, wenn das Magnetfeld die Maxwell'schen Gleichungen nicht hinreichend erfüllt. Dies wird im nächsten Kapitel diskutiert. Weitere Unsicherheiten stammen aus der Reihenentwicklung der Erzeugenden-Funktion und der Bestimmung der Koeffizienten. Die Entwicklung der Ordnung M hängt ebenso vom Verlauf der Erzeugenden-Funktion wie auch vom betrachteten Phasenraum der Teilchen ab. M ist ein Programmparameter, der vom Benutzer vorgegeben wird, wobei bedacht werden muss, dass die Zahl der Koeffizienten schnell mit der Ordnung wächst und somit Grenzen gesetzt sind. Untersucht wurde bisher eine Entwicklung bis $M = 8$. Die Notwendigkeit der Entwicklung bis in hohe Ordnungen kann durch Unterteilung des Magnetfeldes in kleine Abschnitte mit eigenen Erzeugenden-Funktionen vermieden werden. Dies wird im Programm durch den Nutzer vorgegeben. Für praktische Zwecke konvergiert die Entwicklung normalerweise gut genug, um numerische Probleme zu vermeiden. Dies soll an den folgenden Beispielen gezeigt werden.

Im ersten Beispiel wurden Elektronen mit einer Energie von 1.7 GeV durch einen Quadrupolmagneten der Länge $l = 2 \text{ m}$ und einem Gradienten $g = -1 \text{ T/m}$ verfolgt. Die Schrittweite betrug 1 mm . Man erhält $\bar{\chi} = 1.8 \cdot 10^{-9}$ für die Entwicklung in vierter Ordnung und

$\bar{\chi} = 8.2 \cdot 10^{-5}$ für eine in zweiter Ordnung der Erzeugenden-Funktion. Der Vergleich der numerisch und analytisch berechneten horizontalen Transfermatrix sieht wie folgt aus:

$$\begin{pmatrix} 0.6675554 & 1.7730247 \\ -0.3126689 & 0.6675554 \end{pmatrix}_{theo} \longleftrightarrow \begin{pmatrix} 0.6675552 & 1.7730244 \\ -0.3126691 & 0.6675552 \end{pmatrix}_{num}. \quad (6.87)$$

Der Vergleich der Matrixelemente zeigt Unterschiede in der Größenordnung von 10^{-7} . Der bessere $\bar{\chi}$ - Wert des Fits höherer Ordnung ist ein Hinweis auf Nichtlinearitäten in der Erzeugenden-Funktion. Aus Symmetriegründen erwartet man keine Terme dritter Ordnung, und für Teilchenbahnen mit einer typischen Steigung von $x' = 0.01$ erwartet man für die Terme der vierten Ordnung eine Größenordnung von 10^{-4} . Dementsprechend liefert WAVE Koeffizienten der dritten Ordnung kleiner als 10^{-10} und das $\bar{\chi}$ der zweiten Ordnung stimmt mit den erwarteten 10^{-4} - Effekten überein.

Im zweiten Beispiel wird ein Halbach-Wiggler mit einer einzigen Periode als einfachstes Modell eines WLS betrachtet. Die Entwicklung der Erzeugenden-Funktion steht in engem Zusammenhang mit der $\cosh(k_y y)$ - Form des Feldes. Die Konvergenz hängt daher von $k_y y$ bzw. y/λ_y ab. Im verwendeten Beispiel ist $B_0 = 5 \text{ T}$, $\lambda_z = 0.5 \text{ m}$ und $\lambda_x = 1 \text{ m}$. Da $y/\lambda_y \ll 1$, wartet man ein rasches Konvergieren. Die verfolgten Elektronen liegen im Phasenraum innerhalb von $\pm 2 \text{ cm}$ um die Sollbahn verteilt. Über die betrachtete Länge des Gerätes resultiert daraus eine entsprechende Einschränkung des Phasenraumes hinsichtlich der Winkelablage. Für die zweite, vierte und sechste Ordnung erhält man $\bar{\chi} = 9.5 \cdot 10^{-3}$, $\bar{\chi} = 1.0 \cdot 10^{-4}$ bzw. $\bar{\chi} = 5.2 \cdot 10^{-7}$. Das $\bar{\chi}$ der Entwicklung zweiter Ordnung kann dahingehend interpretiert werden, dass der betrachtete Wiggler Nichtlinearitäten in der Größenordnung von Prozent aufweist und dass die Konvergenz der Entwicklung sich um eine Größenordnung verbessert, wenn man zur nächsthöheren Ordnung übergeht.

Die Lineare Transfermatrix ohne Kopplungsterme

$$\begin{pmatrix} m_{11}^x & m_{12}^x & 0 & 0 \\ m_{21}^x & m_{22}^x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{11}^y & m_{12}^y \\ 0 & 0 & m_{21}^y & m_{22}^y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_i \\ x'_i \\ y_i \\ y'_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_f \\ x'_f \\ y_f \\ y'_f \end{pmatrix}$$

besteht aus zwei Untermatrizen M_x und M_y , die jeweils als Quadrupolmatrix mit unterschiedlichen Fokalstärken angesehen werden können. Bestimmt man aus den Matrixelementen die Parameter des Wigglers, erhält man mit

$$\frac{\lambda_y^2}{\lambda_x^2} = -\frac{m_{21}^x/m_{12}^x}{m_{21}^y/m_{12}^y} \quad (6.88)$$

$$\sin^2(\varphi) = -m_{21}^y m_{12}^y \quad (6.89)$$

$$\lambda_z = \varphi / \sqrt{m_{21}^y/m_{12}^y} \quad (6.90)$$

$$B_0 = B\rho\sqrt{-2(m_{21}^x/m_{12}^x + m_{21}^y/m_{12}^y)}. \quad (6.91)$$

die Werte $B_0 = 5.007$, $\lambda_z = 0.5002 \text{ m}$, und $\lambda_x = 1.003 \text{ m}$.

Die auftretenden Abweichungen von den Ausgangswerten $B_0 = 5.0$, $\lambda_z = 0.5 \text{ m}$ und $\lambda_x = 1.0 \text{ m}$ liegen im Bereich von 10^{-3} und können nicht aus der Fitprozedur selbst stammen, wie das vorangegangene Beispiel zeigt. Auf der anderen Seite erwartet man aber tatsächlich auch Abweichungen, da die Linearen Transfermatrizen des Wigglers als Quadrupolmatrizen interpretiert werden. Dabei macht man implizit von der Annahme Gebrauch, dass der Gradient des Gerätes über die volle Gerätelänge konstant ist und die Gerätelänge mit der Länge des effektiven Quadrupols übereinstimmt. Berücksichtigt man dies, stimmen die Werte gut überein.

Zur weiteren Überprüfung der Leistungsfähigkeit und der Selbstkonsistenz des Programmes wurde ein Unterprogramm erstellt, das einen Satz von Trajektorien auf der Basis eines vorgegebenen Koeffizientensatzes erzeugt. Die Anpassung der Koeffizienten reproduziert sich bei einer Entwicklung vierter Ordnung mit absoluten Abweichungen von 10^{-11} und das $\bar{\chi}$ erreicht Werte von 10^{-15} . Die numerischen Unsicherheiten des Programmes sollten damit weit jenseits der Genauigkeiten der Trackingprogramme und der Magnetfeldmessungen realer Geräte liegen.

6.3.2 Zweidimensionale Fourier-Entwicklung des Magnetfeldes

Magnetfelder gehorchen den Maxwell'schen Gleichungen und jede Feldkomponente ist eine stetige Funktion der Ortskoordinaten x, y, z . Dennoch erzeugt man beim Berechnen einer Teilchenbahn durch ein Magnetfeld künstlich Unstetigkeiten. Ein Grund ist die endliche Schrittweite, über die das Feld als konstant angesehen wird. Ein anderer Grund ist die Berechnung des Magnetfeldes, wenn es z.B. aus Tabellen interpoliert wird. Unterschiedliche Trajektorien unterliegen dann dem Einfluss leicht unterschiedlicher Felder. Dies führt zu einer Art Rauschen innerhalb eines Satzes von Trajektorien und vergrößert das $\bar{\chi}$ der Entwicklung. Man kann diesen Effekt reduzieren, wenn eine analytische Darstellung des Magnetfeldes

verwendet wird. Um eine solche Darstellung zu finden, werden folgende Symmetrien vorausgesetzt:

$$B_y(y, z) = B_y(-y, z) \quad (6.92)$$

$$B_y(y, z) = B_y(y, -z) \quad (6.93)$$

$$B_z(y, z) = -B_z(-y, z) \quad (6.94)$$

$$B_z(y, z) = -B_z(y, -z) \quad (6.95)$$

$$B_x(y, z) \equiv 0 \quad (6.96)$$

$$B_x(y, z) \equiv 0 \quad (6.97)$$

und das zweidimensionale Feld des WLS als Fourier-Reihe entwickelt. Daraus ergibt sich eine Linearkombination von Halbach-Wiggeln mit dem Skalarpotential

$$\phi = -B_0 \sum_{0 < m, n} C_{mn} \frac{1}{mk_y} \sinh(mk_y y) \cos(nk_z z). \quad (6.98)$$

und den entsprechenden Feldern

$$B_y(y, z) = B_0 \sum_{0 < m, n} C_{mn} \cosh(mk_y y) \cos(nk_z z) \quad (6.99)$$

$$B_z(y, z) = -B_0 \sum_{0 < m, n} \frac{nk_z}{mk_y} C_{mn} \sinh(mk_y y) \sin(nk_z z). \quad (6.100)$$

Aus den Maxwell'schen Gleichungen folgt

$$nk_z = mk_y. \quad (6.101)$$

Dieser Ansatz wurde in WAVE implementiert. Der Benutzer muss nun nur noch eine Magnetfeldkomponente B_y auf der Längsachse des Gerätes, sei es als Tabelle, sei es analytisch, bereitstellen. In der Praxis reicht es häufig schon die Daten einer graphischen Darstellung des Feldverlaufes zu entnehmen. Das Programm erzeugt dann über die obige Entwicklung eine analytische, zweidimensionale, Maxwell-konforme Darstellung des Feldes. Darüberhinaus sind in dieser Beschreibung des Feldes das erste und zweite Integral, also Ablage und Winkelversatz, abgeglichen. Die numerischen Unsicherheiten bei der Bestimmung der Koeffizienten der Erzeugenden-Funktion werden damit deutlich reduziert, wie man am Beispiel des AHW-Modells sieht.

Ein Schwachpunkt des bei den Emittanzberechnungen benutzen AHW-Modells ist, dass die Magnetfelder am Übergang der Randpole zum Hauptpol nicht stetig sind. Für Tracking-rechnungen verwendet man deshalb nicht die Felddarstellung des Modells (Gl. 6.6-6.8), sondern berechnet die ersten Terme einer Fourier-Entwicklung des Feldes wie in Abb. 6.3 dargestellt. Die Abbildung zeigt die Unterschiede des zusammengesetzten Feldes und der Maxwell-konformen Entwicklung, bei der die Unstetigkeiten verschwinden. Als Folge verringert sich das $\bar{\chi}$ um zwei Größenordnungen.

6.3.3 3D-Effekte und Sextupolkomponenten

WLS haben im allgemeinen breite Pole, so dass man annehmen kann, dass die Geräte in der Nähe des Elektronenstrahls in guter Näherung als zweidimensionale Geräte angesehen

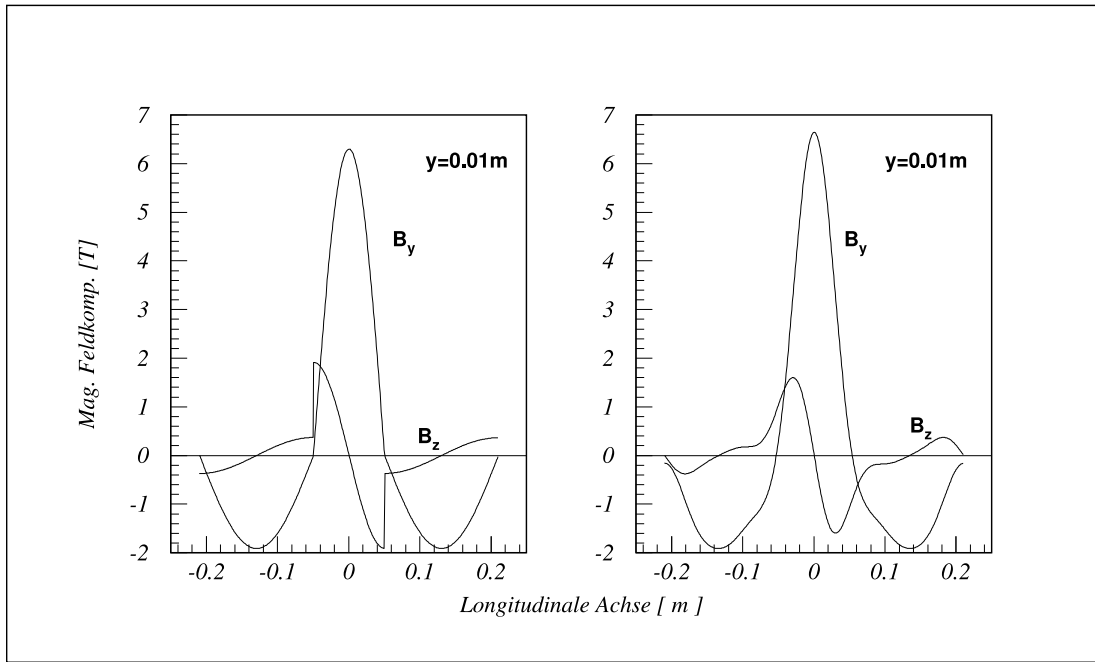


Abbildung 6.3: Magnetische Feldkomponenten B_y und B_z eines WLS-Modells (links) und die zugehörige Näherung durch eine Fourier-Entwicklung (rechts). Die Felder beziehen sich auf $y = 1 \text{ cm}$ oberhalb der Ringebene.

werden können. Dies hängt eng mit der integralen Sextupolkomponente $\int_{WLS} \partial^2 B_y / \partial y^2 dz$ längs der longitudinalen Achse zusammen, wie die folgenden Überlegungen zeigen:

Leitet man das Magnetfeld im Vakuum aus dem Skalarpotential V ab, findet man mit $B_y = -\partial V / \partial y$ und $\Delta V = 0$

$$\int_{WLS} \frac{\partial^2 B_y}{\partial^2 y} dz = - \int_{WLS} \frac{\partial^3 V}{\partial y^3} dz \quad (6.102)$$

$$= \int_{WLS} \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} dz + \int_{WLS} \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} dz \quad (6.103)$$

$$= - \int_{WLS} \frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2} dz - \int_{WLS} \frac{\partial^2 B_y}{\partial z^2} dz \quad (6.104)$$

$$= - \int_{WLS} \frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2} dz - \left. \frac{\partial B_y}{\partial z} \right|_{-L/2}^{L/2}, \quad (6.105)$$

und da die Felder und ihre Ableitungen außerhalb des Gerätes verschwinden

$$\int_{WLS} \frac{\partial^2 B_y}{\partial^2 y} dz = - \int_{WLS} \frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2} dz. \quad (6.106)$$

Für ein reines 2D-Gerät hängt B_y nicht von der horizontalen Koordinate x ab, also verschwindet mit $\partial^2 B_y / \partial^2 x = 0$ auch die longitudinal integrierte Sextupolkomponente. Dies

gilt jedoch nicht allgemein für ein 3D-Gerät, da in diesem Falle $\partial^2 B_y / \partial^2 x \neq 0$ gilt.

Erweitert man die oben beschriebene zweidimensionale Fourier-Entwicklung des Wellenlängenschiebers, indem man die C_{mn} durch $C_{mn} \cos(k_x x)$ mit

$$m^2 k_y^2 = n^2 k_z^2 + k_x^2 \quad (6.107)$$

ersetzt, gilt dennoch für jedes Glied der dreidimensionalen Entwicklung und damit für das entwickelte Feld

$$\int_{WLS} \frac{\partial^2 B_y}{\partial^2 y} dz = - \int_{WLS} \frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2} dz = 0. \quad (6.108)$$

Man kann also zwar bestimmte Effekte eines 3D-Gerätes durch die Überlagerung eines globalen Gradienten in Form eines $\cos(k_x x)$ -Terms simulieren, die vollständige Simulation der 3D-Effekte ist so aber nicht möglich, denn die Berechnung der Sextupolterme liefert immer ein verschwindendes Ergebnis. Die Benutzung der Fourier-Entwicklung für die Trackingrechnungen ist also nur dann verlässlich, wenn das Gerät näherungsweise als 2D-Gerät angesehen werden kann. Um dies abzuschätzen, müssen zumindest Felddaten, sei es aus Modellrechnungen oder Messungen, für verschiedene x -Werte vorliegen. Steht eine Feldmappe $B_y(x, y, z)$ zur Verfügung, kann man mit WAVE diese Rechnungen durchführen. Wenn eine vollständige 3D-Feldmappe $\vec{B}(x, y, z)$ zur Verfügung steht, kann man auch über die Berechnung der Erzeugenden-Funktion bestimmen, ob wesentliche 3D-Effekte bzw. daraus resultierende Nichtlinearitäten vorliegen. Für ein 3D-Modell des PTB-WLS, das noch ausführlich besprochen wird, wurden entsprechende Rechnungen durchgeführt. Dabei zeigte sich, dass die 3D-Effekte vernachlässigbar sind.

Betrachtet man das AHW-Modell (Gl. 6.6-6.8), ergibt die Berechnung der integralen Sextupolkomponente aber auch für ein 2D-Modell im allgemeinen einen endlichen Wert. Man findet für das Modell analytisch

$$\int_{WLS} \frac{\partial^2 B_y}{\partial^2 y} dz = \frac{4\pi B_0}{\lambda_0} (1 - 4/n^2). \quad (6.109)$$

Dies scheint im Widerspruch zu den obigen Betrachtungen zu stehen. Man muss aber bedenken, dass das Feld Unstetigkeiten aufweist und damit nicht an allen Punkten die Maxwell-Gleichungen erfüllt. Auch wenn man die Integration stückweise durchführt, verbleibt an den Enden und Übergängen der Pole ein endlicher Gradient $\partial B_y / \partial z$ in Gl. 6.105. Damit sind die Voraussetzungen der obigen Ableitung nicht erfüllt. Hier zeigt sich eine Einschränkung des Modells, die jedoch für den 2D-Fall durch die Maxwell-konforme Fourier-Entwicklung umgangen werden kann.

6.3.4 Implementierung des kanonischen Trackings in das Programm BETA

Um das kanonischen Tracken durch ein Insertion Device mit dem modifizierten Programm BETA zu nutzen, sind mehrere Schritte notwendig. Im ersten Schritt wird, wie oben beschrie-

ben, ein Satz von Teilchenbahnen berechnet und die Erzeugende-Funktion bestimmt. Dabei erhält man auch die Linearen Transfermatrizen und den äquivalenten Halbach-Wiggler. Im zweiten Schritt wird mit den Parametern dieses Wiggers innerhalb von BETA die lineare Optik berechnet. Im dritten Schritt kann schließlich das eigentliche Tracking erfolgen. Dabei wird in dem modifizierten BETA-Code die Insertion-Device-Routine durch die entsprechende Routine für Erzeugende-Funktionen ersetzt. In ihnen wird gemäß des Konzeptes von J.Bahrtdt und G. Wüstefeld [35, 36] das Teilchen in einem einzigen Schritt im Sinne der kanonischen Variablen durch das Gerät propagiert. Da die Beziehungen zwischen den kanonischen und den Tracking-Variablen nicht algebraisch aufgelöst werden können, wird ein Newton-Verfahren eingesetzt, das die Orts- und Winkelkoordinaten der Teilchen aus den kanonischen Variablen der Erzeugenden-Funktion numerisch bestimmt. Obwohl die Iterationen des Newton-Verfahren das mehrmalige Berechnen der Erzeugenden-Funktion erfordern, ist der Rechenaufwand bei diesem Verfahren wesentlich geringer als beim sonst üblichen Tracken durch ein Insertion Device mit vielen kleinen Schritten.

Um realistische Resultate mit der kanonischen Trackingroutine zu erzielen, muss sichergestellt sein, dass sich der Arbeitspunkt der Optik durch die Verwendung des äquivalenten Halbach-Wiggers nicht verschiebt. Ein Vergleich der Tune-Diagramme erlaubt die notwendige Überprüfung der Einstellung der linearen Optik und der Parameter des äquivalenten Halbach-Wiggers. Um Teilchen mit einer Impulsabweichung zu verfolgen, müssen sowohl die Erzeugende-Funktion und als auch die Parameter entsprechend angepasst werden.

Obwohl sich das beschriebene Verfahren bewährt hat, zeigten sich doch Limitierungen im Falle des tatsächlich bei BESSY II eingebauten PTB-WLS. Sie beruhen darauf, dass die Feldkonfiguration asymmetrisch ist und neben dem eigentlichen WLS auch Hilfsmagnete (Steerer) umfasst, so dass die zu betrachtende Strecke sehr lang ist. In diesem Falle ist es schwierig, die Lineare-Transfer-Matrix als die eines Insertion Devices zu interpretieren und die Lineare Optik mit BETA anzupassen. Darauf wird im Kapitel 9.3.3 noch näher eingegangen.

6.3.5 Behandlung der Sollbahn

In den vorangegangenen Abschnitten haben sich alle Variablen auf ein festes Laborsystem bezogen. Die betrachteten Geräte hatte parallele Ein- und Austrittsebenen und waren abgeglichen, d.h. sie erzeugten keinen resultierenden Orts- und Winkelversatz. Die Sollbahn ist in diesem Fall identisch mit der Referenztrajektorie, um die die Erzeugende-Funktion entwickelt wird. Um die Erzeugende-Funktion für den allgemeineren Fall beliebiger Magnetfelder bestimmen zu können, werden die kanonischen Variablen nun hinsichtlich vorgegebener Referenzsysteme an Anfang und Ende der Magnetstruktur definiert. Das Referenzsystem am Geräteeingang ist durch den Startpunkt der Referenzbahn und den Normalenvektoren der Eintrittsebene festgelegt. Analog wird das Referenzsystem am Ende der Referenzbahn definiert.

Um dies zu verdeutlichen, soll ein Dipolmagnet mit der Feldstärke B_0 betrachtet werden und das Vektorpotential $\vec{A} = (\frac{1}{2}B_0z, 0, -\frac{1}{2}B_0x)$ gewählt werden. Zunächst betrachte man einen Rechteckmagneten. Die kanonischen Variablen im Laborsystem sind dann durch

$$q_x = x \quad p_x = \pm A_x/|B\rho| + x'/\sqrt{1+x'^2+y'^2} \quad (6.110)$$

$$q_y = y \quad p_y = \pm A_y/|B\rho| + y'/\sqrt{1+x'^2+y'^2} \quad (6.111)$$

gegeben. Diese Variablen bilden einen Vektor \vec{P} , da A_x, A_y Komponenten des Vektorpotentials und

$$x'/\sqrt{1+x'^2+y'^2} = v_x/\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2} \quad (6.112)$$

$$y'/\sqrt{1+x'^2+y'^2} = v_y/\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2} \quad (6.113)$$

die Komponenten des normierten Geschwindigkeitsvektors $\vec{v}/\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2}$ sind. Man eliminiert nun durch eine kanonische Transformation die Sollbahn aus der Erzeugenden-Funktion (d.h. alle Terme der ersten Ordnung verschwinden) durch Abziehen der kanonischen Variablen $q_x^0, p_x^0, q_y^0, p_y^0$ der Sollbahn:

$$\tilde{q}_x = q_x - q_x^0 \quad \tilde{q}_y = q_y - q_y^0 \quad (6.114)$$

$$\tilde{p}_x = p_x - p_x^0 \quad \tilde{p}_y = p_y - p_y^0. \quad (6.115)$$

Im Falle eines Sektormagneten dreht man zusätzlich alle Vektoren $\tilde{\vec{P}} = \vec{P} - \vec{P}^0$ um den Winkel zwischen Laborsystem und der Ein- bzw. Austrittsebene. Diese Drehung entspricht dem Wechsel vom Labor- in das jeweilige Referenzsystem.

Wenn man den Fall des Rechteck- und des Sektormagneten vergleicht, sieht man, dass in beiden Fällen die kanonischen Variablen \tilde{q}_x, \tilde{q}_y dem Abstand eines gegebenen Punktes in der Ein- bzw. Austrittsebene vom entsprechenden Punkt auf der Referenzbahn in der gleichen Ebene entsprechen. Genauso entsprechen die \tilde{p}_x, \tilde{p}_y den relativen kanonischen Impulsen einer Trajektorie bezüglich der Referenzbahn. Die zugehörige Erzeugende-Funktion bildet diese Variablen in der gewohnten Weise ab und theoretisch verschwinden alle linearen Terme, da $\tilde{\vec{P}}_i = (0,0)$ auf $\tilde{\vec{P}}_f = (0,0)$ abgebildet wird. Das Auftreten endlicher Terme erster Ordnung resultiert dann ggf. aus numerischen Unsicherheiten und stellt einen Test für das Programm dar.

6.4 Nichtlineare Effekte und dynamische Apertur

Der Einbau eines WLS bricht die Symmetrie des Speicherringes. Er induziert eine starke, nicht-periodische Änderung der Beta-Funktionen, das sogenannte Beta-Beating, und vermindert damit die dynamische Apertur. Um diese Effekte zu untersuchen, wurde das Feld des einfachen WLS-Modells benutzt, nachdem es mittels der oben erläuterten Methode der Fourier-Entwicklung stetig und Maxwell-konform gemacht wurde. Das verwendete Feld ist in der Abb. 6.4 dargestellt. Das Modell hat die Parameter $B_0 = 7.2 T, \lambda_0 = 0.4 m, n = 3.2$ und einen integralen Magnetfeldbetrag von fast $2 Tm$. Da typische WLS schwächer ausgelegt sind, erwartet man, dass das Modell eine obere Grenze für die Einschränkung der dynamischen Apertur liefert.

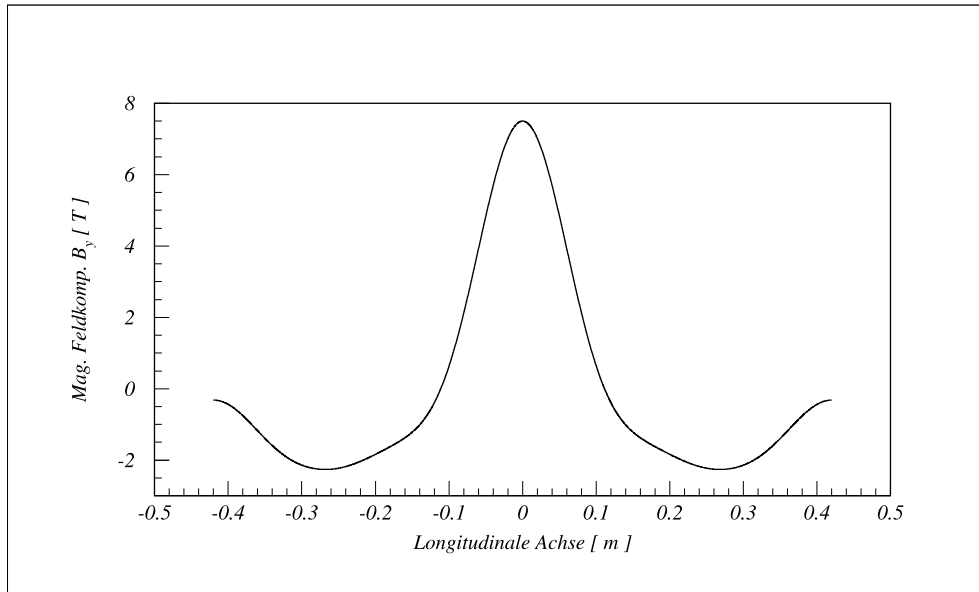


Abbildung 6.4: Vertikales Magnetfeld auf der Achse eines WLS-Modells

6.4.1 Beta-Funktion

Die nominelle Strahlenergie von BESSY II ist 1.7 GeV . In speziellen Fällen soll die Maschine jedoch auch mit niedrigerer Energie betrieben werden können, bei der die Effekte des WLS stärker sind als bei 1.7 GeV . Die nachfolgenden Abbildungen dieses Abschnittes zeigen deshalb die Einflüsse des WLS-Modells auf die optischen Funktionen und die dynamische Apertur des Speicherringes bei einer Strahlenergie von 1.0 GeV .

Die in Abb. 6.5 dargestellte Optik ist ein früher BESSY-II-Entwurf mit „Triple-Bends“ und einer 10fach-Symmetrie, der noch keine Low-Beta-Sektionen vorsah. Man sieht, dass der WLS die Betatron-Funktionen in der Einbausektion stark verändert. Trotz der lokalen Korrektur durch entsprechende Quadrupoleinstellungen bleibt ein deutliches Beta-Beating in der ersten Sektion.

Im Vergleich dazu zeigt die Abb. 6.6 den Einfluss des gleichen WLS-Modells auf die aktuelle Optik mit „double-bends“ und den alternierenden High- und Low-Beta-Sektionen. Obwohl die Beta-Funktionen auch hier vom WLS beeinflusst werden, greift für diese Optik die Korrektur jedoch viel besser, so dass man kaum einen Effekt des WLS sieht. Dies ist eine Folge des Einbaus des Gerätes in eine Low-Beta-Sektion.

6.4.2 Dynamische Apertur

Bei der gewählten Strahlenergie von 1.0 GeV , also dem ungünstigsten Fall hat der WLS einen minimalen Biegeradius von 0.46 m und eine vertikale Fokallänge von 1.67 m . Das $\bar{\chi}$ der Terme zweiter Ordnung der Erzeugenden-Funktion kann als Maß für die Nichtlinearität des Gerätes angesehen werden; sie liegt bei etwa 3.5 Prozent. Das $\bar{\chi}$ aller Terme bis zur 4. Ordnung liegt bei $\bar{\chi} = 4.6 \cdot 10^{-5}$ bei einer erfassten Apertur von $\pm 5 \text{ cm} \times \pm 3 \text{ cm}$. Damit beschreibt die Entwicklung der Erzeugenden-Funktion den WLS sehr gut.

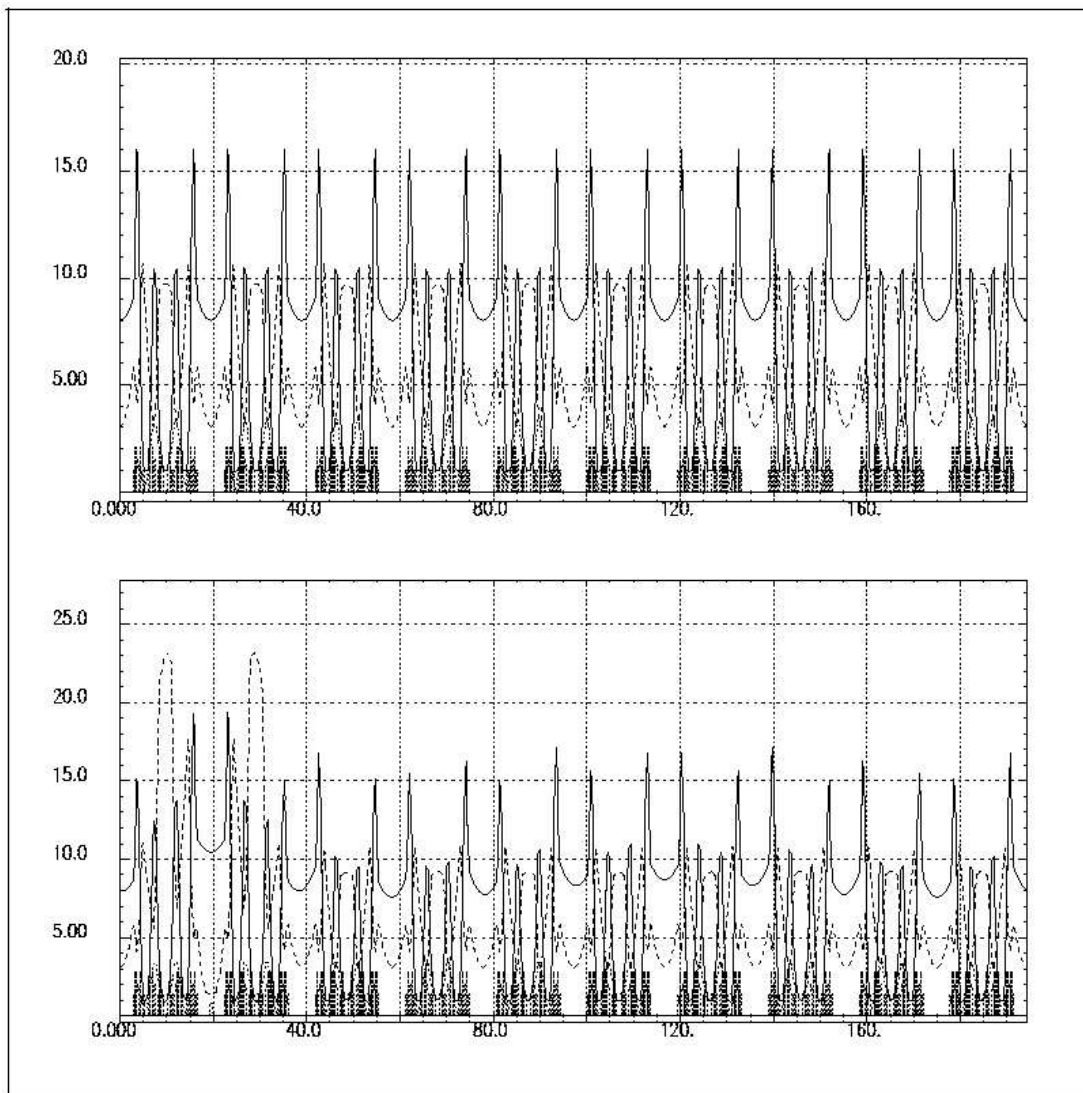


Abbildung 6.5: Optische Funktionen eines veralteten Entwurfs des Speicherringes ohne Insertion Devices (oberes Diagramm) und korrigierte Optik mit supraleitendem WLS (vertikale Fokallänge 1.67 m). Die horizontalen und vertikalen Beta-Funktionen sind als durchgezogene bzw. gestrichelte Linien dargestellt. Die Abszisse gibt die Position der Magnete an. Alle Zahlenangaben beziehen sich auf die Einheit Meter. Der WLS befindet sich etwa bei $s = 20\text{ m}$ (unteres Diagramm).

Die Trackingrechnungen mit der Erzeugenden-Funktion zeigen die in der Abb. 6.7 dargestellte Einschränkung der dynamischen Apertur durch den WLS. Macht man die gleiche Rechnung und berücksichtigt nur die linearen Anteile des Gerätes, findet man ein nahezu identisches Ergebnis. Die deutliche Aperturbegrenzung entsteht somit bereits durch den Symmetriebruch und die Verstimmung der Optik; durch die Nichtlinearitäten wird die dynamische Apertur aber nicht weiter eingeschränkt. Dies ist auch aufgrund der kleinen Betatron-Funktion plausibel.

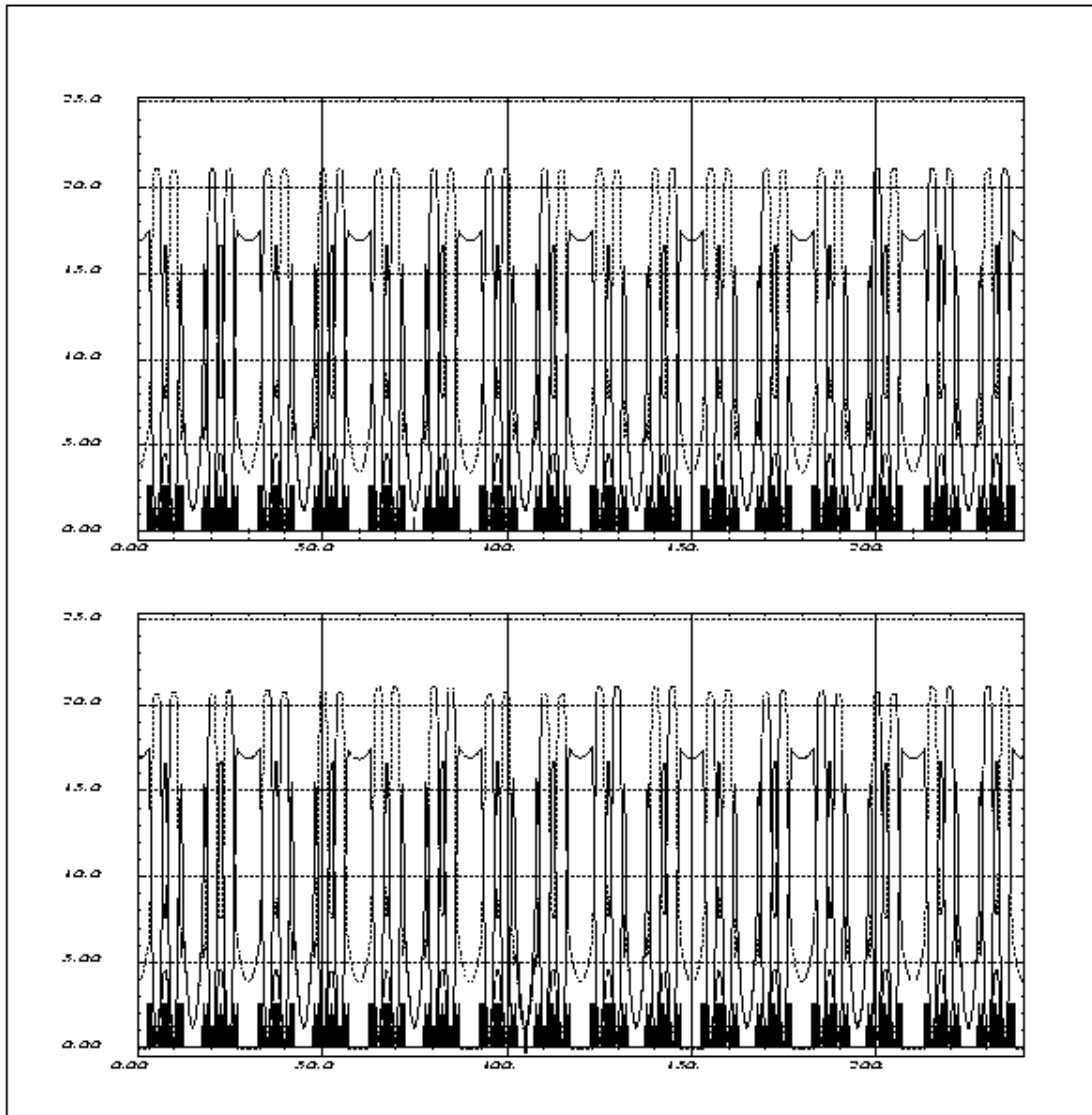


Abbildung 6.6: Optische Funktionen der aktuellen BESSY-II-Optik ohne und mit WLS-Modell. Die horizontalen und vertikalen Beta-Funktionen sind als durchgezogene bzw. gestrichelte Linien dargestellt. Die Abszisse gibt die Position der Magnete an. Das Gerät ist bei $s = 105\text{ m}$ eingebaut. (Alle Angaben in Meter)

6.5 Dipolfehler

Wenn das erste oder zweite Feldintegral des WLS nicht abgeglichen sind, d.h.

$$\int_{-\infty}^{\infty} B_y(s) ds \neq 0 \quad (6.116)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^s B_y(s') ds' ds \neq 0, \quad (6.117)$$

spricht man von einem Dipolfehler. Der Strahl erfährt beim Durchgang durch das Gerät im ersten Fall eine Winkeländerung, im zweiten eine Ablage. Dipolfehler führen so zu einer Änderung der Sollbahn im gesamten Speicherring. Um die Effekte eines nicht abgeglichen WLS zu berechnen, betrachte man einen Dipolfehler der symmetrisch um den Hauptpol des Gerätes bei $s = s_0$ in zwei gleichgroße Fehler \vec{F}_1 und \vec{F}_2 aufgeteilt sei. Jeder dieser Fehler verursache eine Störung $\vec{F} = (\Delta x/2, \Delta x'/2)$ des Vektors $\vec{x} = (x, x')$ im horizontalen Phasenraum der ungestörten Optik. Zwischen den beiden Störungen sei der geänderte Orbit durch $\vec{X}_F = (x_F, x'_F)$ gegeben. Damit ergibt ausgehend von $s = s_0$ zwischen \vec{F}_1 und \vec{F}_2 für einen kompletten Umlauf

$$\vec{M} \cdot (\vec{X}_F + \vec{F}) + \vec{F} = \vec{X}_F, \quad (6.118)$$

wobei die Lineare Transfermatrix

$$\vec{M} = \begin{pmatrix} \cos(\Psi) & \beta_0 \sin(\Psi) \\ -\sin(\Psi)/\beta_0 & \cos(\Psi) \end{pmatrix} \quad (6.119)$$

den Umlauf des Teilchens von \vec{F}_2 bis \vec{F}_1 beschreibt. Die vereinfachte Matrix gilt für den Spezialfall eines um $s = s_0$ symmetrischen Ringes mit $\alpha(s) = \alpha_0 = 0$. Aus Gl. 6.118 ergibt sich dann mit der Beziehung $\Psi = 2\pi Q$ zwischen dem Phasenwinkel Ψ und dem Tune Q

$$\vec{X}_F = \begin{pmatrix} \frac{-\beta_0 \Delta x'}{2 \tan(\pi Q)} \\ \frac{\Delta x}{2 \beta_0 \tan(\pi Q)} \end{pmatrix}. \quad (6.120)$$

Die Dipolfehler des WLS müssen so klein sein, dass die veränderte Strahlage akzeptabel ist und der Speicherring unabhängig vom WLS betrieben werden kann. Eine Orbitverlagerung durch den Betrieb eines Insertion Devices kann zwar in einem gewissen Umfang durch ein Strahlagekorrektursystem ausgeglichen werden, die Änderung darf jedoch nicht so groß sein, dass das Injektionsschema für den Betrieb des WLS geändert werden muss. Die oberen Grenzen für die Feldintegrale müssen daher bei der Spezifikation des WLS über die Gl. 6.120 bestimmt werden. Dies wird im Kapitel 8 am Beispiel der Spezifikation des PTB-WLS noch einmal aufgegriffen.

6.6 Polarisation des Elektronenstrahls

Eine Methode, die Strahlenergie mit hoher Präzision zu messen, ist die resonante Spin-Depolarisation [38]. Da ein WLS die Polarisationszeit und den maximalen Polarisationsgrad eines Speicherringes beeinflusst, müssen die Effekte bei der Planung eines WLS für die Radiometrie berücksichtigt werden. Die Möglichkeit, mit Insertion Devices die Polarisationszeit des Ringes zu verkürzen wird von A. Blondel und J.M.Jowett [39, 7] für den LEP-Ring am CERN erläutert. Die Relaxationszeit τ für einen Ring des Umfangs C , der Energie E und dem Impuls p_0 sind gegeben durch

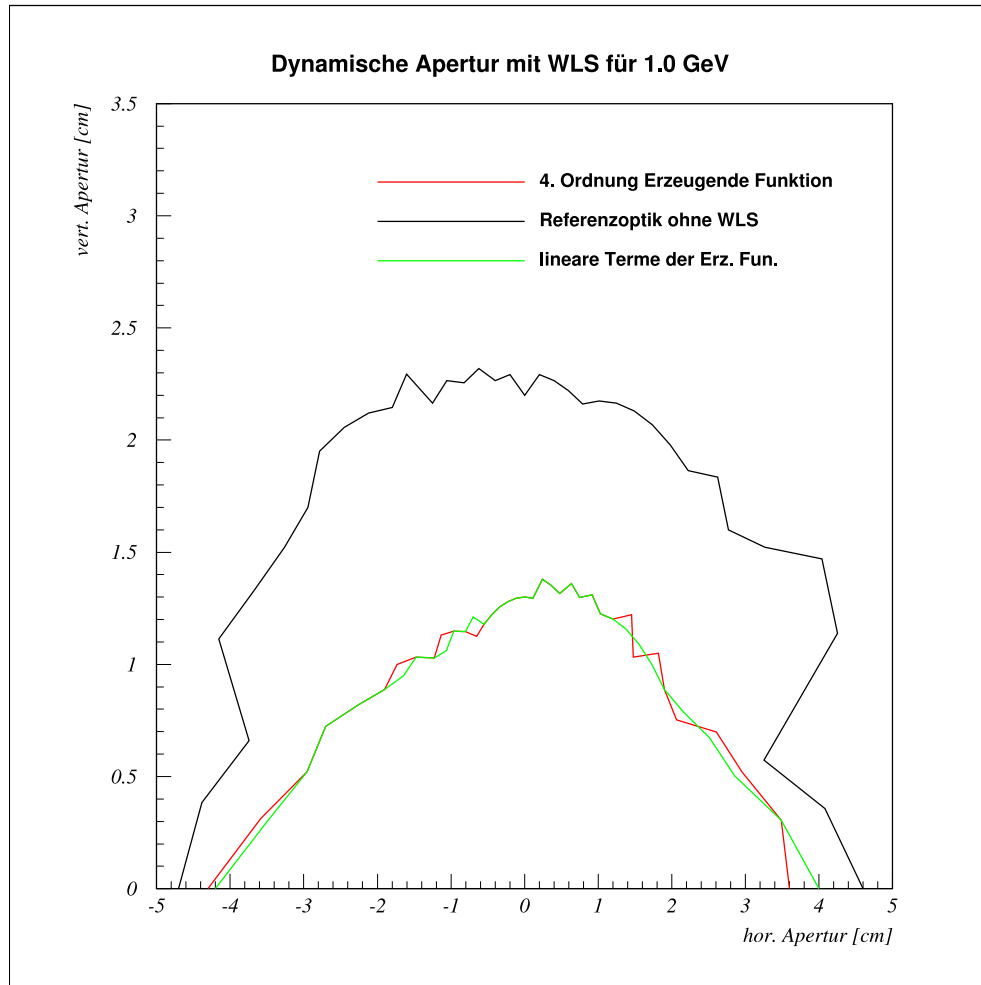


Abbildung 6.7: Dynamische Apertur der aktuellen BESSY-II-Optik bei einer Strahlenergie von 1.0 GeV ohne bzw. mit dem WLS-Modell aus Abb. 6.4

$$\frac{1}{\tau} = \frac{5\sqrt{3}}{8} \frac{\hbar r_e}{m_e c} \frac{c}{C} \left(\frac{E}{m_e c^2} \right)^5 \left(\frac{e}{p_0 c} \right)^3 \oint |B|^3 ds \quad (6.121)$$

Bei einem Speicherring sind die Energie und die Feldstärke der Dipolmagnete wegen des festen Biegeradius $\rho_{0,dip}$ der Dipolmagnete proportional zu einander. Damit erhält man

$$\tau = \frac{\tau_0}{E^5}, \quad (6.122)$$

wobei die Konstante τ_0 gemäß der Gl. 6.121 als Parameter des Speicherringes berechnet wird. Für BESSY II gilt $\tau_0 \approx 20 \text{ hGeV}^5$. Durch einen WLS wird die Polarisationszeit um den Faktor

$$F_\tau = 1 + \frac{(ec)^3 \rho_{0,dip}^2}{2\pi E^3} \int_{WLS} |B|^3 ds \quad (6.123)$$

reduziert. Die Formel impliziert, dass die Polung des WLS relativ zu den Ringdipolen unerheblich ist und dass die Pole möglichst stark und lang sein sollten. Es gibt jedoch einen anderen Effekt, der berücksichtigt werden muss. Der maximale Polarisationsgrad wird durch

$$P_\infty = \frac{8}{5\sqrt{3}} \frac{\int B^3 ds}{\int |B|^3 ds} \quad (6.124)$$

$$= \frac{8}{5\sqrt{3}} \frac{\int_{dip} B^3 ds + \int_{WLS} B^3 ds}{\int_{dip} |B|^3 ds + \int_{WLS} |B|^3 ds} \quad (6.125)$$

bestimmt. Um also einen möglichst hohen Polarisationsgrad zu erreichen, müssen die Randpole des WLS möglichst schwach sein, und der Hauptpol muss die gleiche Polung wie die Ringdipole aufweisen.

Die angegebenen Integrale können für das asymmetrische WLS-Modell berechnet werden:

$$F_\tau = 1 + \frac{(ec)^3 \rho_{0,dip}^2}{2\pi E^3} \int_{WLS} |B|^3 ds \quad (6.126)$$

$$= 1 + \frac{(ec)^3 \rho_{0,dip}^2}{2\pi E^3} \frac{4}{3} \frac{B_{0,WLS}^3}{k} \left(1 + \frac{1}{n^2}\right) \quad (6.127)$$

$$P_\infty = \frac{8}{5\sqrt{3}} \frac{2\pi \rho_{0,dip} B_{0,dip}^3 + \frac{4}{3} \frac{B_{0,WLS}^3}{k} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)}{2\pi \rho_{0,dip} B_{0,dip}^3 + \frac{4}{3} \frac{B_{0,WLS}^3}{k} \left(1 + \frac{1}{n^2}\right)}. \quad (6.128)$$

Soll die Polarisationszeit eine bestimmte kritische Zeit τ_{krit} nicht überschreiten, muss die entsprechende Strahlenergie E_{krit} oberhalb von

$$E_{krit}^5 + \frac{(ec)^3 \rho_{0,dip}^2}{2\pi} \frac{4}{3} \frac{B_0^{AHW}}{k} \left(1 + \frac{1}{n^2}\right) E_{krit}^2 = \frac{\tau_0}{\tau_{krit}} \quad (6.129)$$

liegen. Berechnet man F_τ und P_∞ mit den Parametern des weiter oben eingeführten Modells für $\tau_{krit} = 4h$, ergibt sich

$$E_{krit} = 1.2 \text{ GeV} \quad (6.130)$$

$$F_\tau = 1.97 \quad (6.131)$$

$$P_\infty = 0.86. \quad (6.132)$$

Die abgeleiteten Formeln für die Polarisations- und Emittanzeffekte zeigen das Dilemma zwischen der einerseits gewünschten niedrigen Emittanz und der andererseits angestrebten kurzen Polarisationszeit auf. Sie führen zu gegenläufigen Anforderung an das WLS-Modell¹. Die Formeln stellen aber auch das Instrumentarium bereit, den besten Kompromiss zu finden. Bevor die Ergebnisse einer solchen Optimierung besprochen werden, soll im folgenden Kapitel auf die Anforderungen seitens der Radiometrie an den Speicherring eingegangen werden.

6.7 Zusammenfassung des Kapitels

- Ein WLS kann einen großen Einfluss auf die Emittanz des Speicherringes haben. Durch eine entsprechende Modifikation der Optik ist es möglich, den Einfluss entscheidend zu verringern, so dass die niedrige Emittanz einer Hochbrillanzmaschine erhalten bleibt bzw. sogar verbessert werden kann. Hieraus leitet sich das Konzept der alternierenden High- und Low-Beta Optik von BESSY II ab.
- Die Vergrößerung der relativen Energiebreite des Strahls um typische Werte von etwa 10 Prozent ist akzeptabel.
- Ein WLS verkleinert die dynamische Apertur des Speicherringes. Wegen der aufgezeigten geringen Nichtlinearitäten des WLS und der Korrekturmöglichkeiten der Speicherringoptik ist der Betrieb des Gerätes in einer Low-Beta-Sektion am Speicherring BESSY II dennoch unkritisch.
- Der Betrieb eines WLS verkürzt die Polarisationszeit für den Elektronenstrahl. Bei geeigneter Wahl der Randpole wird der Polarisationsgrad typischerweise um weniger als 15% und damit nur geringfügig verringert.

¹Die Situation hat sich allerdings durch die Einführung der Compton-Rückstreuung zur Messung der Strahlenergie bei BESSY II [26] vereinfacht.

Kapitel 7

Anforderungen an den Speicherring zum Einbau von Wellenlängenschiebern

Der Speicherring BESSY II wurde als Hochbrillanzmaschine für den Einsatz von Undulatoren gebaut, gleichzeitig wurde die Magnetoptik jedoch auch auf den Betrieb von supraleitenden Insertion Devices ausgelegt. Welche Anforderung dabei an die Maschine gestellt werden, wird in den folgenden Abschnitten dargestellt.

7.1 Korrektur der Optik

In der Abb. 6.6 des vorangegangenen Kapitels wurden die Beta-Funktionen der Speicherringoptik ohne Insertion Devices und mit einem supraleitendem WLS gegenübergestellt. Das angewandte Korrekturschema beschränkt sich auf die benachbarten Quadrupoltriplets und je einen Quadrupol der benachbarten geraden Stücke. Die Bestromung dieser Magnete ändert sich durch die Korrektur etwa um zehn Prozent und macht somit keine besondere Auslegung der Magnete notwendig. Die betroffenen Quadrupole müssen allerdings mit Netzteilen und Steuervorrichtungen ausgerüstet werden, die eine individuelle Bestromung der Magnete ermöglichen. Die Feineinstellung der Korrektur kann ausgehend von den Rechnungen nur experimentell vorgenommen werden.

7.2 Horizontale Beta-Funktion

Die Optiken von Hochbrillanzspeicherringen sehen häufig in den geraden Stücken eine große horizontale Beta-Funktion und eine verschwindende Dispersion vor. Wie im letzten Kapitel gezeigt, sind die Effekte des WLS auf den Speicherring eng mit diesen optischen Funktionen verknüpft. Deshalb ist für den Betrieb von supraleitenden WLS die Einführung von Low-Beta-Sektionen wie bei BESSY notwendig. Zusätzlich können die Emittanzeffekte durch eine Anpassung der Dispersion an die maximale Strahlablage im WLS minimiert werden. Eine solche Modifikation der Optik ermöglicht einen zusätzlichen Spielraum bei der Spezifikation des WLS.

7.3 Strahllagestabilität

Die in der Tabelle 5.1 aufgeführten Fehlerquellen zeigen die Notwendigkeit einer hohen vertikalen Strahllagestabilität. In der Studie zum Speicherring BESSY II wurden die tolerablen Strahllageschwankungen mit $10\,\mu\text{m}$ und $5\,\mu\text{rad}$ angegeben. Die laufende Anlage erreicht diese Vorgaben. Sie wurden deshalb auch bei der Erstellung der Tabelle 5.1 zugrunde gelegt, und die resultierenden Unsicherheiten zeigen, dass eine höhere Strahllagestabilität für die Radiometrie nicht gefordert werden muss.

7.4 Vakuumkammer und Auslasssystem

7.4.1 Wärmebelastung und Photodesorption

Der große Ablenkwinkel und die große Strahlungsleistung eines WLS erfordern wegen der damit verbundenen Wärmelast und Photodesorption eine entsprechende Anpassung des Vakuumsystems des Ringes und des Auslasssystems. Die Kammern des WLS und des Speicherrings müssen gekühlt oder durch Absorber geschützt werden.

Die Leistungsverteilungen auf einem Absorber und der Strahlrohrwandung wurden mit WAVE am Beispiel des LIGA-WLS berechnet und sind in der Abb. 7.1 dargestellt. Die Strahlung trifft senkrecht auf einen Absorber in $2\,\text{m}$ Entfernung vom WLS. Die Leistung ist dabei vertikal in einem Winkelbereich von $\pm 1/\gamma \approx \pm 0.3\,\text{mrad}$ konzentriert. Die Strahlungsleistung beträgt bei einem Ringstrom von $100\,\text{mA}$ und einer Ringenergie von $1.7\,\text{GeV}$ maximal etwa $80\,\text{Watt/cm}$. Die Strahlungsleistung auf die Rohrwandung ist mit ca. $12\,\text{Watt/cm}$ deutlich niedriger, da die Wandung streifend getroffen werden. Die horizontale Apertur des Strahlrohres beträgt $\pm 32\,\text{mm}$. Für einen BESSY-II-Ringdipol findet man ca. $16\,\text{Watt/cm}$ bzw. $4\,\text{Watt/cm}$. Die berechneten Leistungsdichten werfen keine besonderen technischen Probleme hinsichtlich der Kühlung auf. Bei der Planung der Vakuumkammer ist aber zu beachten, dass der WLS im Gegensatz zu den Ringdipolen und Undulatoren auch auf der Innenseite des geraden Stückes Strahlung deponiert.

Die gesamte Abstrahlleistung beträgt bei einer Energie von $1.7\,\text{GeV}$ und einem Strom von $100\,\text{mA}$ etwa $1.6\,\text{kW}$. Damit verbunden ist eine für die Photodesorption relevante Photonenzahl von ca. $5.5 \cdot 10^{18}$ Photonen pro Sekunde. Die Vergleichswerte eines Ringdipols betragen $0.32\,\text{kW}$ und $2.6 \cdot 10^{18}$ Photonen pro Sekunde.

Bei der Planung der Vakuumkammer des WLS muss man darüber hinaus beachten, dass bei niedrigen Strahlenergien z.B. $0.8\,\text{GeV}$ aufgrund des größeren Ablenkwinkels u.U. ein erheblicher Teil der Strahlungsleistung in der Vakuumkammer des Gerätes absorbiert wird. Die Kammer muss daher eine entsprechend große Apertur oder einen Absorber aufweisen.

7.4.2 Apertur der Speicherringmagnete

Die harte Strahlung des WLS wird in Richtung des geraden Stückes d.h. unter einem Beobachtungswinkel von $0\,\text{mrad}$ emittiert. Der Quellpunkt ist dabei der Punkt der maximalen

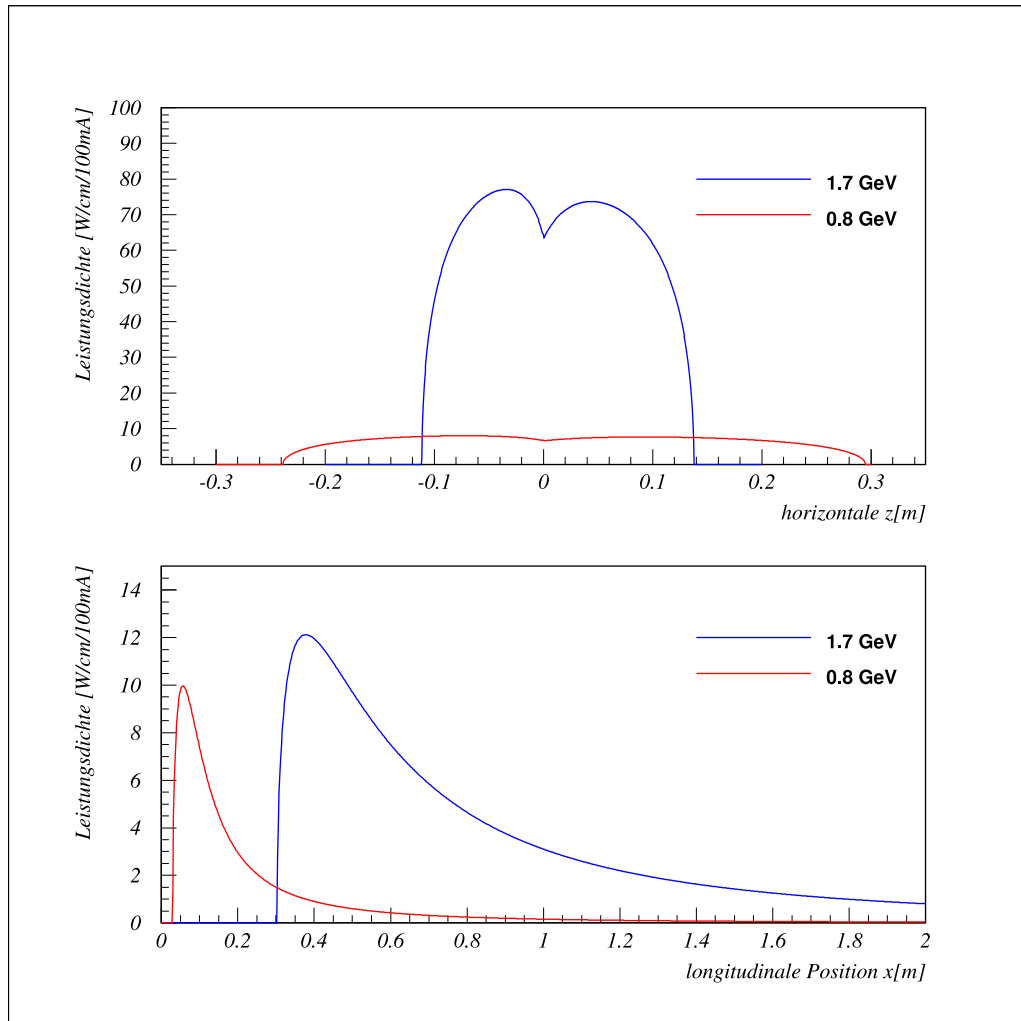


Abbildung 7.1: Thermische Belastung eines Absorbers bei senkrechtem (obere Abb.) und der Vakuumkammer (untere Abb.) hinter dem WLS bei streifendem Einfall der Strahlung. Der Abstand des Absorbers beträgt 2 m , die horizontale Apertur der Kammer beträgt $\pm 32\text{ mm}$, der Ringstrom 100 mA . Den Rechnungen liegt das LIGA-Gerät zugrunde.

Strahlablage. Sie beträgt in unserem Beispiel etwa 1.1 cm bei der nominellen Strahlenergie und 2.4 cm bei 0.8 GeV . Die Speicherringmagnete hinter dem WLS müssen entsprechend ausgelegt sein, wenn die Strahlung des Gerätes über den gesamten Energiebereich der Maschine genutzt werden soll. Bei einer Beschränkung auf höhere Strahlenergien kann die Apertur des Auslasssystems entsprechend kleiner ausfallen.

7.4.3 Kollimator

Für die radiometrische Nutzung des WLS im Spektralbereich weicher Röntgenstrahlung ist die Ausblendung der Strahlung der Randpole und der Ringdipole notwendig. Da die Abstrahlcharakteristik der Randpole zur Überprüfung der Strahlage im WLS genutzt werden kann (vgl. 4.2) ist ein Blendensystem auch für die Ausblendung des Hauptpols sinnvoll. Die

Planung der Vakuumkammer muss im Zusammenhang mit der Auslegung des Kollimatorsystems erfolgen.

7.5 HF-System

Das HF-System des Speicherringes muss an die große Abstrahlleistung des WLS (1.6 kW bei $E = 1.7\text{ GeV}$ und $I = 100\text{ mA}$) angepasst sein. Zusätzlich muss die Verlängerung des Ringumfanges auf Grund der Ablage im WLS bei der Auslegung der Hohlraumresonatoren und bei Festlegung des Injektionsschemas berücksichtigt werden. Für die nominelle Energie beträgt die Längenänderung der Bahn etwa 0.5 mm , was einer relativen Verstimmung der Resonatorfrequenz von $2.1 \cdot 10^{-6}$ entspricht. Bei 0.8 GeV beträgt die Verstimmung $9.4 \cdot 10^{-6}$. Die Zahlen gelten für das LIGA-Gerät. Diese Werte stellen keine besonderen technischen Anforderung dar, allerdings ist zu bedenken, dass BESSY II mit einigen supraleitenden Wiggler und WLS betrieben wird, deren Leistungen sich zu beträchtlichen Werten addieren.

Kapitel 8

Spezifikation eines Wellenlängenschiebers für die Radiometrie bei BESSY II

Ein für die Radiometrie optimierter WLS muss ein mit hoher Genauigkeit reproduzierbares und überwachbares Magnetfeld aufweisen. Er darf den Betrieb des Speicherringes nicht zu stark beeinflussen und darf seinerseits keine zu engen Rahmenbedingungen z.B. hinsichtlich der optischen Funktionen oder der Apertur der Vakuumkammer erfordern. Im folgenden werden die für die radiometrische Nutzung eines WLS notwendigen Spezifikationen hergeleitet.

8.1 Festlegung des Magnetfeldes

8.1.1 Allgemeine Vorgaben

Die Radiometrie macht keine festen Vorgaben für die Feldform des Gerätes. Es muss lediglich gewährleistet sein, dass das Feld im Zentrum des WLS möglichst homogen ist und entweder die maximale Strahlablage eine räumliche oder ein großer Unterschied in den Feldstärken von Haupt- und Randpolen eine spektrale Trennung der Quellpunkte zulässt. Die Feldform des Gerätes wird vielmehr von den Anforderungen hinsichtlich der Emittanz- und Polarisationsseigenschaften und den technischen Problemen beim Bau supraleitender Magnete bestimmt. In den nachfolgenden Abschnitten werden deshalb zunächst die grundlegenden Parameter des WLS anhand dieser Rahmenbedingungen festgelegt. Im zweiten Schritt werden die Toleranzen bestimmt, die die radiometrische Nutzung des Gerätes und den Betrieb im Speicherring sicherstellen sollen. Dazu gehören in erster Linie der Abgleich und die Reproduzierbarkeit der Sollbahn und damit eng verknüpft die Festlegung des Quellpunktes, die letztlich über die Bestimmbarkeit des Magnetfeldes im Quellpunkt entscheidet.

8.1.2 Optimierung der Modellparameter

Das bereits eingeführte WLS-Modell erlaubt eine analytische Berechnung der Teilchenbahn sowie der Emittanz- und Polarisationsseffekte des Gerätes. Ausgehend von den Daten des Speicherringes und den Anforderungen an den WLS kann das Programm WAVE die Modellparameter durch eine systematische Variation optimieren und so die Eckdaten für den Entwurf des Gerätes festlegen. Als optimales Gerät wird dabei derjenige WLS betrachtet, der die vorgegebenen Randbedingungen bei möglichst niedriger Energie des Speicherringes

erfüllt, um auch dann noch akzeptable Polarisationszeiten zu erreichen¹.

Für den WLS gibt es verschiedene Vorgaben, die die Variation der Parameter einschränken. Die angestrebte hohe charakteristische Energie erfordert eine möglichst hohe Feldstärke im Hauptpol. Mit einer technisch zuverlässig realisierbaren, maximalen Feldstärke des WLS von 6 – 7 Tesla kann eine charakteristische Energie von mehr als 10 keV erreicht werden. (Die charakteristische Energie der Ringdipole beträgt 2.5 keV.) Die Länge des Hauptpols kann aus technischen Gründen ein bestimmtes Maß nicht unterschreiten. Realisierbar sind Pollängen von ca. 0.18 m (gemessen zwischen den Nulldurchgängen des Feldes), die etwa dem LIGA-Gerät entsprechen. Bei der Festlegung des Feldes soll weiter gefordert werden, dass die maximale Ablage im Gerät bei nomineller Strahlenergie mindestens 1 cm beträgt. Damit wird sichergestellt, dass der Hauptpol eine definierte Quelle darstellt, die isoliert von anderen Strahlungsquellen betrachtet werden kann. Die weiteren Vorgaben für die Emittanz- und Polarisationsseigenschaften können zu widersprüchlichen Anforderungen an das Gerät führen. Es ist deshalb sinnvoll, vor ihrer Festlegung die Auswirkungen der einzelnen Vorgaben gegenüberzustellen. Die Forderung nach einer möglichst geringen Vergrößerung der Emittanz begrenzt die Länge des Hauptpols bzw. den Modellparameter λ_0 nach oben. Kurze Polarisationszeiten verlangen hingegen einen langen Hauptpol und, da nur der Betrag der Feldstärke in die Berechnung der Polarisationszeit eingeht, auch starke Randpole. Ein ausgedehnter Hauptpol ist zudem günstiger für die Radiometrie. Die Festlegung von λ_0 ergibt sich daher aus einem Kompromiss. Die Forderungen bezüglich der Strahlablage und eines hohen Polarisationsgrades bedingen eine deutliche Asymmetrie in den Feldstärken der Pole, d.h. die Randpole müssen eine niedrige Feldstärke aufweisen. Das entspricht einem großen Wert des Modellparameters n .

Bei der Optimierung sollen zunächst die Werte der optischen Funktionen einer High-Beta-Sektion zugrunde gelegt werden ($\beta_z = 17 m$, $\eta = 0$). Mit Hilfe des analytischen Modells lässt sich zeigen, dass in diesem Fall insbesondere die Forderung nach einer geringen Verschlechterung der Emittanz den Entwurf des WLS maßgeblich bestimmt. Begrenzt man die akzeptable Emittanzerhöhung auf 20%, so ergeben sich allein aus den Forderungen von $6 T < B_0 < 7 T$ und einer Ablage von $z > 1 cm$ die Modellparameter $B_0 = 6.9 T$, $\lambda_0 = 0.21 m$ und $n = 8.1$. Damit liegt die Pollänge des Hauptpols bei ca. 0.1 m und dürfte technisch kaum realisierbar sein. Innerhalb des einfachen Modells lassen sich keine WLS mit einem 6 T-Hauptpol von mindestens 0.36 m Länge (das sind die Daten des LIGA-Gerätes) und einer Emittanzerhöhung von weniger als 60% finden. Eine Emittanzerhöhung dieser Größe müsste daher in einer High-Beta-Sektion akzeptiert werden. Die Parameter für ein Modell, das die obigen Vorgaben und die Forderungen nach einem Polarisationsgrad von $P_\infty \geq 0.8$ zusammen mit einer Polarisationszeit von $\tau_{krit} \leq 4 h$ erfüllt, sind $B_0 = 6 T$, $\lambda_0 = 0.36 m$ und $n = 3.1$. Man findet eine Strahlenergie $E_{krit} = 1.22 GeV$, unterhalb derer die Polarisationszeit $\tau_{krit} \leq 4 h$ überschritten wird. Magnetfeld und Trajektorie dieses Modells sind in der Abbildung 8.1 im Vergleich zum LIGA-WLS dargestellt. Man sieht, dass das reale Gerät dem optimierten Modell sehr nahekommt. Das Feld und die zugehörige Teilchenbahn des LIGA-WLS sind in

¹ Falls die Strahlenergie vorzugsweise mittels der Compton-Rückstreuung statt durch die resonante Spindepolarisation bestimmt werden soll, kann ggf. bei der Optimierung auf die entsprechenden Eigenschaften des WLS verzichtet werden, so dass der Parameterraum entsprechend größer wird.

den oberen Bildern der Abb. 8.1 dargestellt.

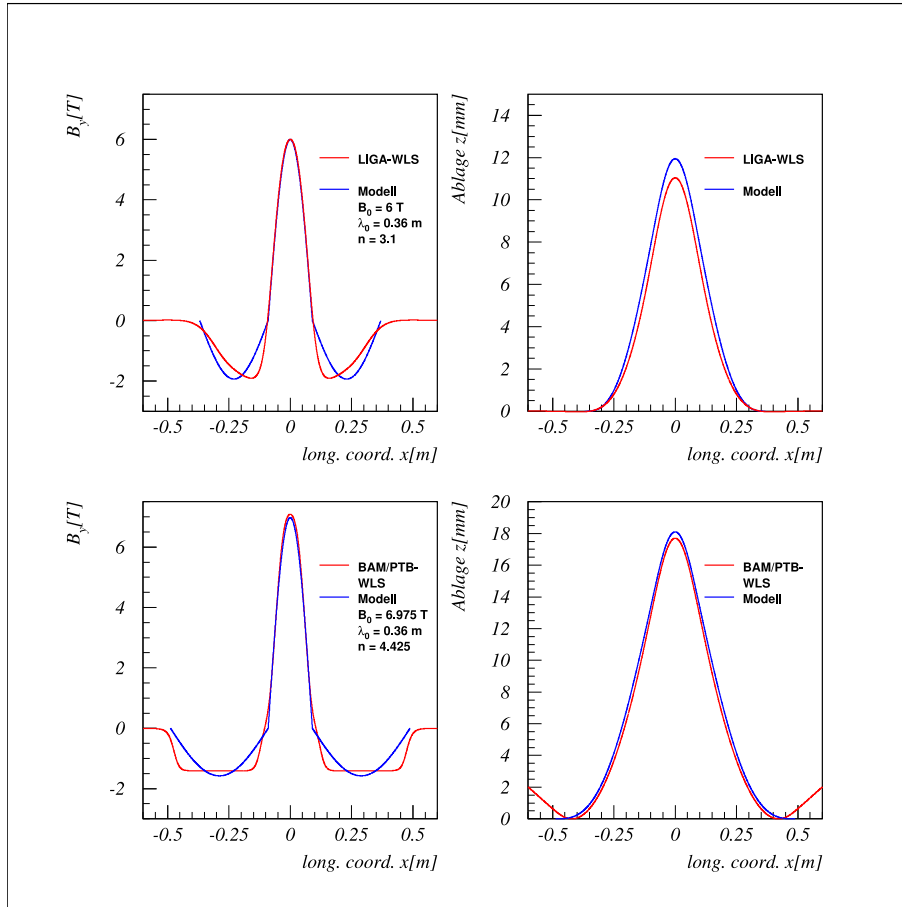


Abbildung 8.1: Teilchenbahnen und Feldverläufe des LIGA-WLS (obere Bilder) und des PTB-WLS (untere Bilder) im Vergleich mit den entsprechenden optimierten Modellen

Die Emittanzverschlechterung, die sich durch den Einbau des diskutierten WLS ergäbe, resultiert aus dem Wert der horizontalen Beta-Funktion im geraden Stück. Wie gezeigt wurde, bleibt bei der Festlegung des Magnetfeldes des WLS -insbesondere des Hauptpols - damit praktisch kein Spielraum und die erhebliche Verschlechterung der Emittanz muss in Kauf genommen werden. Betrachtet man dagegen eine Low-Beta-Sektion mit einer Beta-Funktion von $\beta_z = 1\text{ m}$, ist der zur Verfügung stehende Parameterraum des Modells wesentlich größer. Die Parameter $B_0 = 6.975\text{ T}$, $\lambda_0 = 0.36\text{ m}$ und $n = 4.425$ des Modells, die den unteren Darstellungen der Abb. 8.1 zugrundeliegen, findet man, wenn für die Optimierung $P_\infty \geq 0.87$, $\tau_{krit} \leq 4\text{ h}$, $6.9\text{ T} \leq B_0 \leq 7\text{ T}$, $\lambda_0 \geq 0.36\text{ m}$, $n \geq 2$, $z_{max} \geq 15\text{ mm}$ vorgegeben werden und darüber hinaus verlangt wird, dass die Emittanz sich nicht vergrößert. Die hinsichtlich der Polarisationszeit kritische Strahlenergie liegt für diese Modellparameter bei $E_{krit} = 1.15\text{ GeV}$. Wie man der Abbildung 8.1 entnehmen kann, entspricht das Modell gut dem PTB-WLS². Die Übereinstimmung kommt hauptsächlich dadurch zustande, dass das

²Der supraleitende PTB-WLS ist hinsichtlich des Winkels nicht abgeglichen. Der Abgleich wird durch externe Korrekturmagnete erzielt, die darüberhinaus so eingestellt sind, dass der Quellpunkt des Hauptpols

Verhältnis n der Feldstärken von Haupt- und Randpolen vergleichbar ist. Dieses Verhältnis wird bei der Optimierung überwiegend vom geforderten Polarisationsgrad P_∞ bestimmt. Relaxiert man diese Vorgabe beispielsweise auf $P_\infty = 0.8$ erhält man $B_0 = 7.0 T$, $\lambda_0 = 0.3775 m$, $n = 3.025$. Man hat bei der Auslegung des Gerätes also einen großen Spielraum.

8.2 Spezifikation des Magnetfeldes

Das analytische Modell kann nur einen Rahmen für die Magnetfeldkonfiguration des WLS vorgeben. Die Vorgaben müssen in Spezifikationen umgesetzt werden, die den praktischen Entwurf einer Feldkonfiguration erlauben und die Toleranzen festlegen. Dies geschieht im allgemeinen über die Angabe der Feldintegrale, die in die Berechnung physikalischer Größen wie Ablenkwinkel, Ablage, Emittanz- und Polarisationsseigenschaften eingehen. Dabei erfolgt die Integration über die Teilchenbahn bei der nominellen Energie.

Das für eine Low-Beta-Sektion optimierte Modell (Abb. 8.1) liefert für die Integrale

$$\int_{WLS} B_y^2 ds = 5.4 T^2 m \quad (8.1)$$

$$\int_{WLS} B_y^3 ds = 24.6 T^3 m \quad (8.2)$$

$$\int_{WLS} |B_y|^3 ds = 27.3 T^3 m. \quad (8.3)$$

Das Integral über das Quadrat der Feldstärke spezifiziert die abgestrahlte Leistung, die vertikale Fokussierstärke und das Gewicht, mit dem der WLS in die Emittanzberechnungen eingeht. Die anderen beiden Integrale legen den Einfluss des Gerätes auf die Polarisierung und die Emittanz fest. Da den Zahlen ein einfaches Modell zugrunde liegt, können sie nicht unmittelbar als bindend für den Entwurf eines WLS angesehen werden. Sie stellen Leitwerte dar, die im Rahmen von etwa 10% eingehalten werden sollten. Die entsprechenden Werte des PTB-WLS betragen

$$\int_{WLS} B_y^2 ds = 6.0 T^2 m \quad (8.4)$$

$$\int_{WLS} B_y^3 ds = 25.1 T^3 m \quad (8.5)$$

$$\int_{WLS} |B_y|^3 ds = 28.9 T^3 m. \quad (8.6)$$

Sie liegen damit im Toleranzbereich der vom analytischen Modell vorgegebenen Zahlen.

auf der Längsachse des Gerätes liegt. Dies wird im nachfolgenden Kapitel ausführlicher behandelt. Zum Vergleich mit den Modellen wurde hier nur der eigentliche WLS betrachtet und die Trajektorie entsprechend horizontal verschoben.

Die oben geforderte Mindestablage von $z = 1.5 \text{ cm}$ lässt sich ebenfalls in Form eines Integrales längs der Trajektorie - diesmal über die halbe Gerätelänge - ausdrücken:

$$\int_0^{L/2} \int_0^s B_y(s') ds' ds \geq 0.085 \text{ Tm}^2 . \quad (8.7)$$

Neben den bisher aufgeführten Spezifikationen, die den Entwurf des Gerätes bestimmen, müssen die Toleranzen festgelegt werden, die den Betrieb im Speicherring und insbesondere die Nutzbarkeit als radiometrisches Insertion Device gewährleisten. Ausgehend von Gl. 6.120 erhält man für die BESSY-II-Optik die Bedingungen zu

$$|I_1^{B_y}| = \left| \int_{WLS} B_y ds \right| \leq 2 \cdot 10^{-4} \text{ Tm} \quad (8.8)$$

$$|I_2^{B_y}| = \left| \int_{WLS} \int_{WLS} B_y(s') ds' ds \right| \leq 3 \cdot 10^{-4} \text{ Tm}^2. \quad (8.9)$$

Die Bedingungen bedeuten, dass das Gerät hinsichtlich der Strahlneigung und der Ablage abgeglichen ist, also keine inakzeptable Strahllageänderung bewirkt. Die Zahlenwerte sind so gewählt, dass gemäß Gl. 6.120 für $\Delta z' = I_1^{B_y} / (B\rho)$ der resultierende Versatz in einer High-Beta-Sektion weniger als $\pm 0.5 \text{ mm}$ und für $\Delta z = I_2^{B_y} / (B\rho)$ die resultierende Neigung weniger als $\pm 0.05 \text{ mrad}$ in der Low-Beta-Sektion betragen.³ Die gleichen Werte der Feldintegrale müssen auch für die verbleibende Remanenz des abgeschalteten Gerätes erfüllt sein.

Die obigen Spezifikationen stellen einerseits sicher, dass die Injektion bei BESSY mit und ohne WLS nach dem gleichen Injektionsschema erfolgen kann, und andererseits, dass die Änderungen der Speicherringoptik gering bleiben und die verbleibenden Strahllageänderungen ohne Probleme vom Strahllagekorrektursystem aufgefangen werden können. Das ist unerlässlich, wenn der WLS im normalen Nutzerbetrieb des Speicherringes bestromt ist. Die Spezifikationen gewährleisten weiterhin, dass Referenzmessungen für die Radiometrie sowohl bei abgeschaltetem WLS als auch bei abgeschaltetem Strahllagekorrektursystem möglich sind.

Die gleichzeitige Spezifikation des ersten und zweiten Feldintegrales verlangt, dass alle Pole des WLS unabhängig voneinander durch Korrekturspulen bestromt werden können oder dass die Symmetrie des Gerätes bezüglich der transversalen y-z-Ebene so gut ist, dass durch das Einhalten der Toleranz für das erste Integral auch die für das zweite eingehalten wird. Können bei unzureichender Symmetrie nur der Hauptpol und die beiden Randpole simultan eingestellt werden, hat man für den Abgleich der zwei Feldintegrale statt der dann notwendigen zwei nur einen Freiheitsgrad zur Verfügung.

³Man beachte, dass ,im Gegensatz zu der meistens benutzten Konvention für Insertion Devices, x hier die longitudinale Richtung bezeichnet.

Die bereits aus technischen Gründen vorgegebene Mindestlänge des Hauptpols von $\lambda_0/2 = 0.2\text{ m}$ bewirkt gleichzeitig eine Vereinfachung bei der Berechnung der spektralen Bestrahlungsstärke. Die Feldform am Quellpunkt des Hauptpols lässt sich näherungsweise durch

$$B_y(s) = B_0 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}s\right) \quad (8.10)$$

beschreiben. In einem horizontalen Winkelbereich von $\Delta\theta = \pm 1\text{ mrad}$ liegt damit der Berechnung der spektralen Bestrahlungsstärke eine Feldinhomogenität von

$$\Delta B_y(\rho_0 \cdot \Delta\theta)/B_y(0) = 1 - \cos\left(\frac{2\pi}{2 \cdot 0.2} \cdot 0.001 \cdot 0.944\right) = 1.1 \cdot 10^{-4} \quad (8.11)$$

zugrunde. Das Magnetfeld am Quellpunkt ist somit im Rahmen der geforderten Toleranz homogen und erlaubt die Anwendung der Schwinger-Formel. Umgekehrt ist es naheliegend, für die radiometrische Nutzung eines WLS einen Winkelbereich von $\pm 1\text{ mrad}$ mit näherungsweise konstanter Bestrahlungsstärke zu spezifizieren. Fordert man, dass für das zugeordnete Magnetfeld $\Delta B/B < 1 \cdot 10^{-4}$ gelten soll, erhält man aus Gl. 8.10 $\lambda_0 > 0.42\text{ m}$.

Analog kann man aus der Forderung, dass das Feld am Ort der maximalen Strahlablage von $z = 15\text{ mm}$ innerhalb von $2 \cdot 10^{-4}$ mit dem Feld auf der Geräteachse übereinstimmt, den transversalen Feldabfall mit $\lambda_z > 4.7\text{ m}$ spezifizieren. Die Toleranz wurde hierbei doppelt so hoch wie für die obige Betrachtung angesetzt, da die maximale Ablage wesentlich besser kontrolliert werden kann als die longitudinale Position des Quellpunktes, und damit auch die Bestimmung des Feldes am Quellpunkt sehr viel genauer möglich ist, wenn sich die Ablage z.B. für unterschiedliche Bestromungen des Gerätes ändert. Eine zu enge Toleranz würde hier zu einem unnötigen technischen Aufwand führen.

Damit der Winkelbereich des homogenen Flusses mit der Vorwärtsrichtung übereinstimmt, müssen Toleranzen für die Symmetrie des WLS spezifiziert werden. Sie sollen gewährleisten, dass der Quellpunkt praktisch mit dem Punkt der größten Feldstärke zusammenfällt. Das bedeutet, dass der Punkt der maximalen Strahlablage in einem schmalen Intervall um die Gerätemitte liegt. Dies stellt auch sicher, dass bei einer Messung der Feldstärke bei $(x, y, z) = 0$ am eingebauten WLS tatsächlich die Feldstärke am Quellpunkt gemessen wird. Ausgangspunkt für die Festlegung der Toleranz ist die Forderung, dass die Abweichung der Feldstärke im Punkt der größten Ablage vernachlässigbar klein gegenüber der maximalen Feldstärke ist. Dies ist erfüllt, wenn die longitudinale Position des Quellpunktes innerhalb von $x = 0.33\text{ mm}$ mit dem Punkt der maximalen Feldstärke übereinstimmt. (Das entspricht einer horizontalen Verschiebung des Detektors um 1 cm in 30 m Abstand.) Damit muss für das erste Feldintegral

$$\left| \int_0^{\frac{L}{2}} B_y ds \right| \leq 0.002\text{ Tm} \quad (8.12)$$

gelten.

Um die Effekte des WLS auf den Speicherring gering zu halten, können zusätzlich die Sextupolkomponenten spezifiziert werden. Wie im Abschnitt 6.3.3 diskutiert, hängt dies eng

mit der Festlegung des transversalen Feldabfalls zusammen. Wegen der bereits festgelegten Länge des Hauptpols liegen deshalb auch die Sextupolkomponenten weitgehend fest, wenn man davon ausgeht, dass auch die Randpole eine ähnliche Breite haben, d.h. $\Delta B/B < 1 \cdot 10^{-4}$ für Ablagen $z \leq 1.5 \text{ cm}$. Damit kann das Gerät in guter Näherung als ein 2D-Gerät betrachtet werden und sollte nur geringe integrale Sextupolkomponenten aufweisen. Genauere Berechnungen z.B. der Effekte höherer Multipolterme des WLS müssen ggf. anhand konkreter Entwürfe durchgeführt werden.

8.3 Reproduzierbarkeit und Überwachung des Magnetfeldes

Durch die notwendige hohe Stabilität beim Bau supraleitender WLS ist von der mechanischen Seite her eine sehr gute Reproduzierbarkeit der Felder gewährleistet. Bei der Verwendung von Eisen in den Polen können jedoch Probleme aufgrund von Hysteresen entstehen. Die Reproduzierbarkeit des Magnetfeldes muss daher spezifiziert werden, so dass der Hersteller eine Vorgabe hat, um die Zyklen für das Hochfahren der Magnete zu ermitteln. Verlangt man, dass die Reproduzierbarkeit des Feldes um eine Größenordnung besser ist als die für die Radiometrie geforderte Genauigkeit der Feldmessung, ergibt sich eine Spezifikation für die relative Reproduzierbarkeit des Feldes am Quellpunkt von 10^{-5} . Das setzt auch eine Abschirmung des Gerätes gegen äußere Felder voraus, die hier nicht weiter diskutiert werden soll.

Da der Quellpunkt des Hauptpols radiometrisch genutzt werden soll, müssen das Magnetfeld am Quellpunkt und die Lage des Quellpunktes während des Betriebes des WLS bestimmt bzw. überwacht werden. Die Überwachung der Feldstärke kann z.B. durch fest eingebaute NMR-Sonden erfolgen, die absolute Feldmessungen an repräsentativen Punkten im WLS erlauben. Darüber hinaus sollte das Gerät mit einer Durchführung versehen sein, die Feldmessungen von $B_y(x, y = z = 0)$ längs der longitudinalen x-Achse möglich machen, so dass das Feld beim installierten Gerät absolut bestimmt und die Kalibrierung der ortsfesten Hall- oder NMR-Sonden geprüft werden kann. Diese Forderung scheint unverzichtbar, da die Radiometrie entscheidend auf der Bestimmung des Magnetfeldes basiert und bisher diesbezüglich keine Erfahrungen mit WLS vorliegen. Die Lage des Quellpunktes kann indirekt bestimmt und überwacht werden, indem die Strahllage an Ein- und Ausgang des Gerätes bestimmt wird.

8.4 Strahllage im Wellenlängenschieber

Die Überwachung des Magnetfeldes durch ortsfeste Sonden und die Feldmappe des Gerätes erlauben die Berechnung der Strahllage im WLS. Dazu müssen Eintrittsort und -neigung des Strahls bekannt sein. Die Genauigkeit der Strahllagemessung durch Strahllagemonitore wird hauptsächlich durch die Aufstellungstoleranzen der Strahllagemonitore begrenzt. Für die Bestimmung des Quellpunktes reicht es, die Strahllage relativ zum Magnetfeld des WLS mit einer Genauigkeit von 0.1 mm und 0.1 mrad zu messen. Diese Werte können bei BESSY von Seiten des Speicherringes eingehalten werden, wenn der WLS mit Messmarken versehen ist, die als Referenz bei der Erstellung der Magnetfeldmappe und bei der Einmessung der

Strahllagemonitore dienen. Zwei Monitore reichen prinzipiell für die Messung der Strahllage vor dem WLS aus. Durch zwei weitere Monitore hinter dem WLS können gleichzeitig die Strahllage und das integrale Magnetfeld des Gerätes überwacht werden.

8.5 Vakuumkammer

8.5.1 Besondere Anforderungen an die Konstruktion

Besondere Anforderung entstehen für die Vakuumkammer von WLS dadurch, dass die Kammer eine große horizontale Apertur haben muss und auch bei u.U. hoher thermischer Belastung durch Synchrotronstrahlung keine Wärme von der Kammer in den Kryostaten gelangen darf. Der Aufwand erhöht sich, wenn darüberhinaus eine Durchführung für die Magnetfeldmessung vorgesehen werden soll.⁴

Wegen der thermischen Belastung empfiehlt sich eine Konstruktion der Vakuumkammer mit einem „warm bore“. Die große horizontale Apertur ist wegen der Strahlablage erforderlich. Sie muss vor und hinter dem WLS in geeigneter Weise verjüngt werde, um Probleme bei der Impedanzanpassung zu vermeiden. Die Apertur ist horizontal so auszulegen, dass sie den mit der Beta-Funktion skalierten Aperturradius der Quadrupole zuzüglich der maximalen Strahlablage bei der niedrigsten geplanten Speicherringenergie von etwa 0.8 GeV nicht unterschreitet. Die Apertur kann durch die Skalierung in Low-Beta-Sektionen besonders klein gehalten werden.

8.5.2 Thermische Belastung der Vakuumkammer und Photodesorption

Die thermische Belastung der Vakuumkammer und die damit verbundene Photodesorption durch den WLS wurden bereits im vorangegangenen Kapitel für die nominelle Strahlenergie von 1.7 GeV und die niedrigste geplante Energie von 0.8 GeV diskutiert. Die angegebenen Zahlen bezogen sich dabei auf den streifenden Einfall. Falls die Kammer mit Absorbern ausgerüstet wird, die senkrecht zur Strahlung stehen, fallen die Leistungsdichten entsprechend höher aus.

Die Strahlung des Upstream-Ringdipols wurde bisher nicht berücksichtigt. Die Vakuumkammer des WLS lässt sich durch geeignete Absorber vor dem WLS abschirmen. Falls dies nicht geschieht, tritt zusätzlich eine thermische Belastung über die gesamte Länge der Kammer auf, die mit weniger als 0.2 W/cm^2 bzw. 0.05 W/cm (bei $E = 1.7\text{ GeV}$, $I = 100\text{ mA}$) jedoch gering ist.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass der Entwurf der Vakuumkammer weitgehend von den Anforderungen bei niedrigen Strahlenergien bestimmt wird, da sowohl die Strahlablage als auch der Ablenkwinkel des Gerätes größer sind als bei der Nominalenergie. Trotz der geringeren Abstrahlleistung des WLS wird die Vakuumkammer dadurch thermisch belastet und muss mit einem entsprechenden Absorbersystem versehen werden.

⁴Beim WLS der PTB wurde dies umgangen, in dem NMR-Sonden im Eisenjoch des Hauptpols installiert und Referenzmessungen durchgeführt wurden, die eine Zuordnung der Messwerte der eingebauten Sonden zum Feldwert am Quellpunkt erlauben (vgl. Kap. 9).

Kapitel 9

Der Wellenlängenschieber der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt bei BESSY II

9.1 Bau und Betrieb des Wellenlängenschiebers

Während des Baus und der Inbetriebnahme des Speicherringes BESSY II wurde von der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) und BESSY ein WLS für die Radiometrie geplant. Die neben dem Weißlichtstrahlrohr geplanten Strahlrohre mit Monochromatoren machten es erforderlich, dass die Position des Quellpunktes unabhängig von der Bestromung des Gerätes festgehalten wird. Es wurde deshalb ein Konzept entwickelt, das neben dem eigentlichen supraleitenden WLS noch zwei äußere, normalleitende Korrekturmagnete vorsieht, um die gewünschte feste Position des Quellpunktes zu erreichen. Die weiteren Vorgaben für die Spezifikation entsprechen überwiegend den im vorangegangenen Kapitel diskutierten.

Das Gerät und die zugehörigen Korrekturmagnete wurden vom Budger Institut für Kernphysik in Novosibirsk entwickelt und gebaut [27]. Sie wurden 2000 in Betrieb genommen. Der WLS erreicht eine Feldstärke auf der Achse von 7 Tesla und verfügt über eine „warme“ Vakuumkammer mit einer elliptischen Apertur von $\pm 32.5 \text{ mm} \times \pm 17.5 \text{ mm}$. Die maximale Strahlablage beträgt 1.5 cm , der max. Ablenkwinkel ca. 65 mrad bei einer Strahlenergie von 1.9 GeV .

Der WLS wurde in einer Low-Beta-Sektion eingebaut. Wie erwartet wird dadurch der Betrieb des Speicherringes nicht wesentlich beeinflusst. Das Auslasssystem verfügt über zwei Strahlrohre mit einem horizontalen Abstrahlwinkel von 0 mrad bzw. 40 mrad . Beide Strahlrohre sind mit Monochromatoren ausgerüstet, wobei das 0 mrad -Strahlrohr für die Radiometrie auch ohne Monochromator betrieben werden kann. Die Strahlrohre und die Messplätze sind in entsprechenden Sektionen einer Strahlenschutzhütte untergebracht.

9.2 Magnetfeld und Trajektorie

Die Magnetfeldkonfiguration und die Trajektorie des WLS unterscheiden sich wegen der zusätzlichen Korrekturmagnete von dem in den vorangegangenen Kapiteln diskutierten Modellen. Dies zeigt die Abb. 9.1, in der die ursprüngliche Magnetfeldkonfiguration und die zugehörige Trajektorie für eine Strahlenergie von 1.7 GeV dargestellt sind.

Neben dem eigentlichen dreipoligen WLS sieht man die Korrekturmagnete (Steerer), die es erlauben, den Quellpunkt - unabhängig von der eingestellten Feldstärke des WLS - auf der Achse des Gerätes zu halten. Diese Zusatzmagnete stören wegen ihrer geringen Feldstärke die radiometrischen Messungen im Bereich der härteren Röntgenstrahlung nicht.

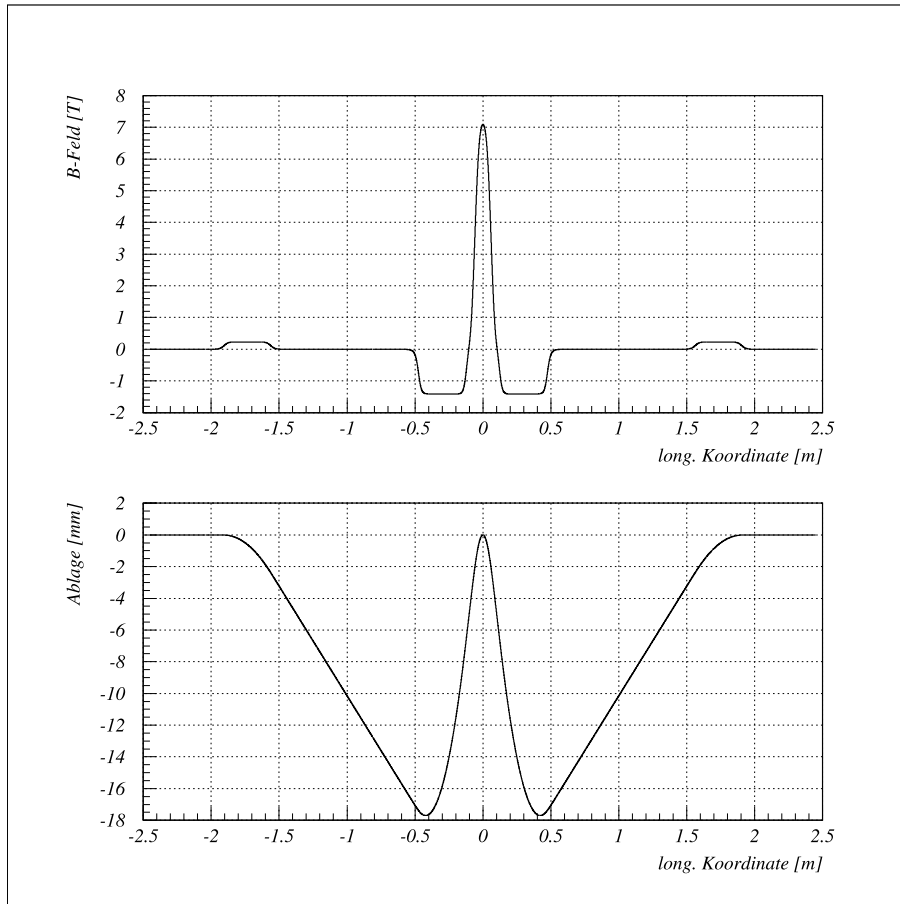


Abbildung 9.1: Ursprünglich Magnetfeld-Konfiguration des PTB-WLS und zugehörige Trajektorie für eine Strahlenergie von 1.7 GeV .

Aus technischen Gründen wurde jedoch bei der aktuellen Konstellation der erste Zusatzmagnet durch einen stärkeren ersetzt, der näher am WLS installiert ist. Dadurch ist die gesamte Anordnung nicht mehr symmetrisch mit der Folge, dass die horizontale Ablage und Steigung im Quellpunkt des Hauptpols im allgemeinen endliche Werte annehmen. Um diese Problematik zu umgehen oder zumindest abzuschwächen, wurden weitere Hilfsdipole in Form von zusätzlichen Dipolwicklungen in den angrenzenden Sextupolen installiert. Diese Konstellation ist in der Abb. 9.2 schematisch dargestellt.

Man erkennt deutlich die Asymmetrie der Teilchenbahn und die Funktion der zusätzlichen Dipolwicklungen, die die Bahn abgleichen. Der Quellpunkt liegt in dieser Anordnung jedoch weiterhin auf der Achse. Die folgenden Betrachtungen beziehen sich - soweit nicht anders angegeben - auf diese Konfiguration.

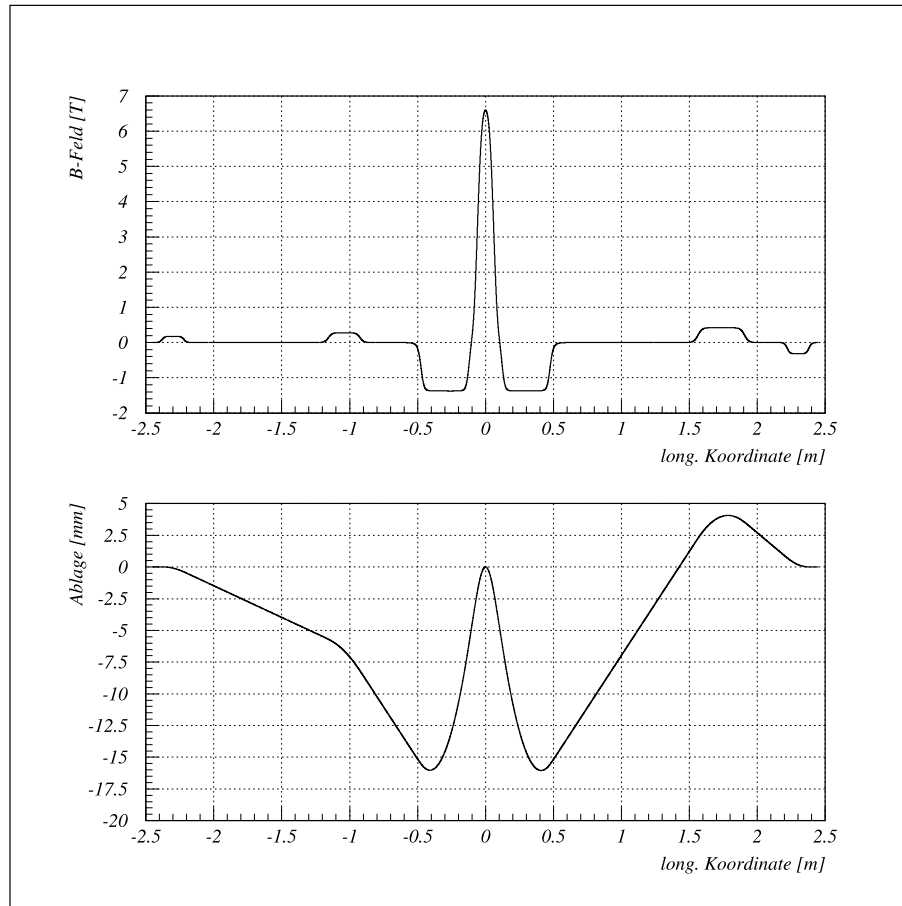


Abbildung 9.2: Beispielhafte Magnetfeld-Konfiguration des PTB-WLS und zugehörige Trajektorie. Die Positionen der Magnete entsprechen der aktuellen Situation seit dem Jahr 2000.

9.3 Effekte auf den Speicherring

9.3.1 Magnetoptik und Korrekturschema

Formal wird die gezeigte Konfiguration in WAVE und BETA als periodisches Insertion Device behandelt, d.h. mit WAVE wird gemäß dem weiter oben beschriebene Trackingkonzept (Kap. 6) eine Erzeugende-Funktion und der zugehörige äquivalente Wiggler berechnet. Es zeigt sich jedoch, dass das Konzept in dieser Kombination von Steerer-Magneten und WLS an seine Grenzen stößt. Die vier Freiheitsgrade der Linearen Transfer-Matrix des äquivalenten Wiggler können die asymmetrische Magnetkonfiguration nicht angemessen repräsentieren. Als Folge ist die Lineare Optik zu stark verstimmt, d.h. die Arbeitspunkte stimmen beim Tracken mit dem äquivalenten Gerät und der Erzeugenden-Funktion nicht überein.

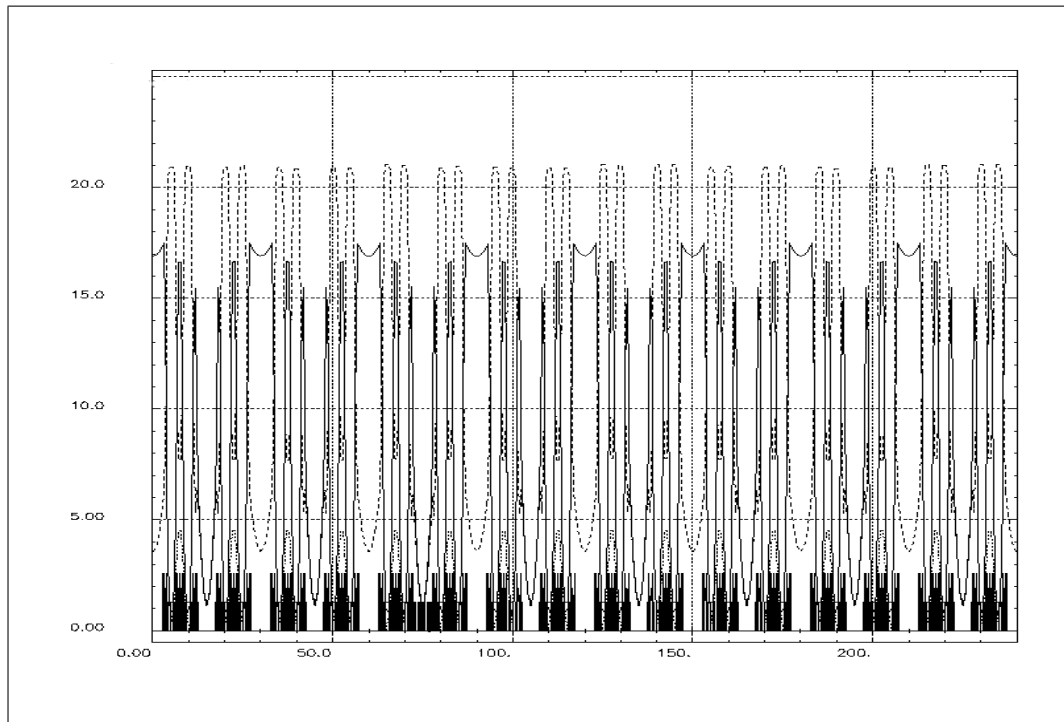


Abbildung 9.3: Optische Funktionen des Speicherringes mit PTB-WLS. Die horizontalen und vertikalen Beta-Funktionen sind als durchgezogene bzw. gestrichelte Linien dargestellt. Die Abszisse gibt die Position der Magnete an. Der WLS befindet sich bei $s = 75\text{ m}$. (Angaben in Meter)

Um diese Schwierigkeiten zu umgehen, wurde das Programm WAVE erweitert und berechnet nun eine Folge von Dipol- und Kantenelementen, die die komplette Magnetkonstellation durch Sectormagnete approximiert. Diese Folge kann von BETA verarbeitet werden und berücksichtigt die linearen Effekte des WLS inklusive der Hilfsmagnete. Das eigentliche Tracken kann weiterhin mit der Erzeugenden-Funktion erfolgen. Zur Verifikation wurden in BETA auch Unterprogramme aus WAVE implementiert, die ein explizites numerisches Tracking durch ein beliebiges Magnetfeld erlauben. Damit kann die Verwendbarkeit der Erzeugenden-Funktion überprüft werden, allerdings kann explizites Tracking häufig das Konzept der Erzeugenden-Funktion aus Gründen der Rechenzeit nicht ersetzen.

Um die Auswirkungen des WLS auf den Speicherring gering zu halten, wurde das Gerät in eine Low-Beta-Sektion eingebaut (vgl. Kap. 6). Die Quadrupole wurden so eingestellt, dass das Beta-Beating möglichst gering ist und der Arbeitspunkt der Maschine unverändert bleibt. Die sich ergebenden optischen Funktionen des Speicherringes mit der eingebauten Magnetfolge ist in der Abb. 9.3 dargestellt. Man sieht, dass das Beating nahezu vollständig unterdrückt werden kann.

9.3.2 Emittanz

Im Kapitel 6 wurde ein Formelapparat hergeleitet, mit dem man die Änderung der Emittanz durch den WLS berechnen kann. Dabei wurde auch ein einfaches Modell (Abb. 6.1)

eingeführt, um die Änderung analytisch abzuschätzen. Passt man die Parameter des AHW-Modells an den PTB-WLS an ($B_0 = 6.7 T$, $\lambda_0 = 0.3615 m$, $n = 4.7$), erhält man $\beta_0 = 1.01 m$ und

$$I_2^{WLS} = 0.153 m^{-1} \quad (9.1)$$

$$I_5^{WLS} = 0.000180 m^{-1} \quad (9.2)$$

Damit ändert sich die Emittanz um den Faktor 0.997, d.h. ein WLS, der dem Modell entspricht, ändert die Emittanz nicht wesentlich. Diesen Wert findet man auch mit den analytischen und numerischen Methoden, die in WAVE zur Verfügung stehen. Approximiert man mit Hilfe von WAVE das Modell durch eine Folge von Sektordipolen, berechnet BETA aus dieser Folge in guter Übereinstimmung einen Faktor 0.995.

Setzt man jedoch die Magnetfeldkonfiguration aus Abb. 9.2 an die Stelle des AHW-Modells, ergeben sich Abweichungen. Hier zeigt sich, wie bereits erwähnt, dass die Konstellation mit den Steerern sich nicht durch das einfache Modell beschreiben lässt. Die Zerlegung in Sektormagnete erlaubt aber auch hier, die Emittanzänderung mit WAVE und BETA zu berechnen. Das Programm WAVE liefert

$$I_2^{WLS} = 0.167 m^{-1} \quad (9.3)$$

$$I_5^{WLS} = 0.000140 m^{-1} \quad (9.4)$$

mit einem Faktor 0.968 für die Änderung der Emittanz. Dieses Resultat wird auch von BETA errechnet, wenn man die Folge aus Sektordipolen verwendet. Die in beiden Fällen geringe Emittanzänderung beruht nicht so sehr auf einer vermeintlichen Verwendbarkeit des Modells, sondern auf der kleinen Betatron-Funktion, bei der die deutlich verschiedenen Werten der Strahlungsintegrale I_2^{WLS} und I_5^{WLS} nur einen geringen Einfluss haben.

Als Fazit ergibt sich, dass das einfache asymmetrische WLS-Modell im Falle des PTB-WLS für die Emittanzberechnungen nur begrenzt gültig ist, die in WAVE und BETA implementierten Methoden jedoch eine numerische Behandlung des Problems erlauben.

9.3.3 Dynamische Apertur und Lebensdauer

Um die Effekte des PTB-WLS auf die Dynamische Apertur zu studieren, wurden mit WAVE die Koeffizienten einer Erzeugenden-Funktion bis zur vierten Ordnung berechnet. Es zeigt sich, dass die Erzeugende-Funktion die Kanonischen Variablen der verwendeten Teilchenbahnen mit einer relativen Ungenauigkeit in der Größenordnung von 10^{-5} beschreibt. Berücksichtigt man nur die linearen Terme, erreicht man immerhin die Größenordnung von 10^{-4} . Das bedeutet, dass der WLS im wesentlichen ein lineares Gerät darstellt. Um dies zu überprüfen, wurde die Dynamische Apertur mit der Erzeugenden-Funktion bis zur vierten Ordnung, nur mit den linearen Anteilen und mit einer Approximation durch eine Folge von 301 Sektormagneten bestimmt. Das Ergebnis sieht man in der Abb. 9.4.

Wie erwartet zeigen sich keine Unterschiede zwischen den verschiedenen Trackingmethoden. Zum Vergleich wurde in die Abb. 9.4 auch das Ergebnis eines expliziten Trackens durch

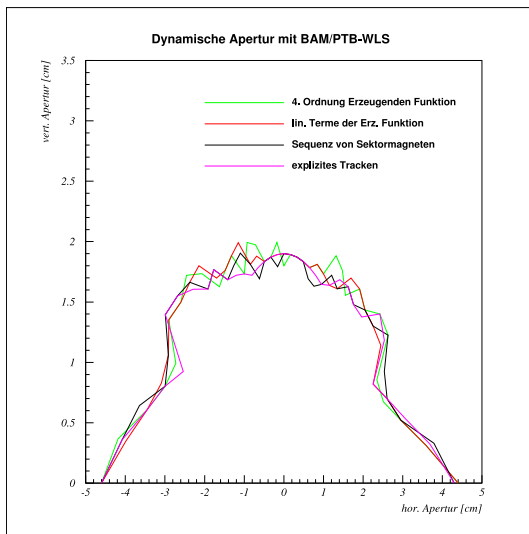


Abbildung 9.4: Dynamische Apertur des Speicherringes mit PTB-WLS für verschiedene Berechnungsmethoden für 1.7 GeV

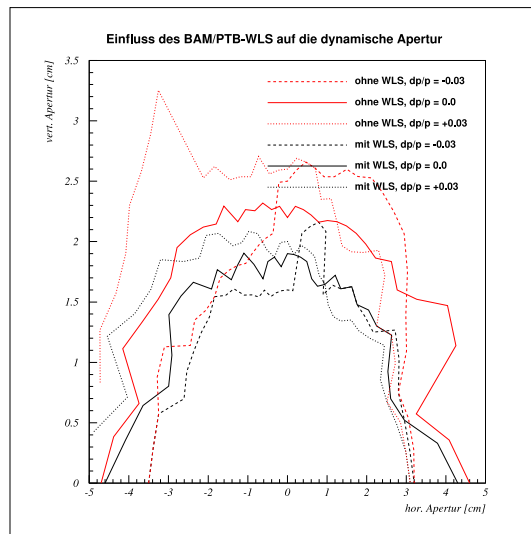


Abbildung 9.5: Dynamische Apertur des Speicherringes mit PTB-WLS für verschiedene Impulsabweichungen dp/p bei 1.7 GeV

das Magnetfeld aufgenommen. Das Feld wurde dabei durch die im Kap. 6.3.2 beschriebene Methode Maxwell-konform approximiert. Es zeigt sich eine gute Übereinstimmung mit den anderen Methoden. Für den Vergleich der Dynamische Apertur mit der einer Referenzoptik ohne Insertion Devices und für impulsabweichende Teilchen, genügt es, aufgrund der obigen Ergebnisse, die Berechnungen lediglich mit der Sequenz aus Sektoripolen durchzuführen.

Der Vergleich für Teilchen mit Sollimpuls und mit Impulsabweichung ist in Abb. 9.5 dargestellt. Die Dynamische Apertur des Ringes wird durch den WLS vor allem vertikal eingeschränkt. Die Einschränkung fällt jedoch moderat aus und zieht keine starke Verminderung der Lebensdauer nach sich. Da neben dem WLS auch noch andere Insertion Device im Speicherring betrieben werden und deutliche Lebensdauereinschränkungen durch Undulatoren beobachtet wurden, kann man davon ausgehen, dass der Betrieb des WLS keine unakzeptable Störung bedeutet.

Kapitel 10

Radiometrie am Wellenlängenschieber der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt

10.1 Messung und Überwachung des Magnetfeldes

Zur Bestimmung der Magnetfeldstärke am Quellpunkt des PTB-WLS werden festeingebaute NMR-Sonden verwendet. Da sich während des Betriebs des Speicherringes natürlich keine Sonden am Quellpunkt befinden dürfen, geschieht die Feldmessung oberhalb der Ringebene im Eisenjoch des WLS (s. Abb. 10.1). Die Sonden wurden durch Vergleich mit Messungen auf der Achse des Gerätes kalibriert. Die Ungenauigkeiten der Messungen liegen beim 7 T-Betrieb bei 1.1×10^{-4} . In diesem Rahmen liegt auch die Feldstabilität, die mittels der NMR-Sonden über einen Regelkreis gewährleistet wird [27]. Mit der erreichten Genauigkeit sind die Anforderungen an die Feldmessung für Radiometrie gemäß Kap. 5.2.2 erfüllt.

Bei der aktuellen Bestromung des WLS haben die Feldstärken von Haupt- und Randpolen ein anderes Verhältnis als bei der ursprünglichen, bei der die Kalibrierung der NMR-Sonden erfolgte. Das wirft die Frage auf, ob die Kalibrierung weiterhin gültig ist. Um dies zu untersuchen, und auch Trajektorien für unterschiedliche Bestromungen berechnen zu können, wurden 3D-Magnetfeld-Rechnungen durchgeführt.

10.2 3D-Simulation des Magnetfeldes

Für die Magnetfeldrechnungen mit dem Programm RADIA [40] wurde ein Modell des WLS erstellt. Es ist in der Abb. 10.2 dargestellt. Die Abmessungen entsprechen den Maßen aus der technischen Dokumentation [27] des WLS. Die Spulengeometrie wurde durch Rechteckspulen mit abgerundeten Ecken angenähert. Da aufgrund der vereinfachten Modellgeometrie und der numerischen Begrenzungen das Simulationsprogramm den Feldverlauf nicht exakt reproduzieren kann, wurden für die Ströme der Haupt- und Randpole empirische Korrekturfaktoren für einen Referenzwert von $B_{max} = 6.8 T$ und eine abgegliche Teilchenbahn angepasst. Die Korrekturen betragen ca. 3 und 11 Prozent für den Haupt- bzw. die Endpole.

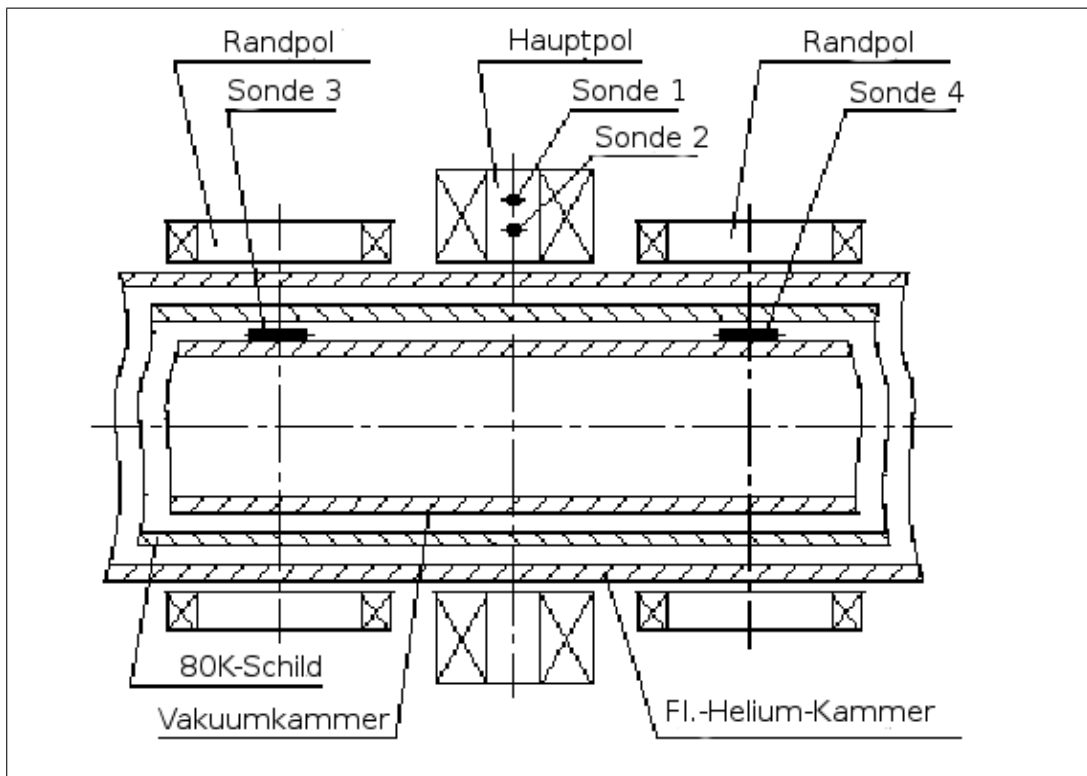


Abbildung 10.1: Anordnung der NMR-Sonden im PTB-WLS

Mit diesem Modell wurde dann die Kalibrierungskurve, die die Feldstärken am Ort der NMR-Sonde und der Gerätemitte verknüpft, berechnet und mit den Messungen der technischen Dokumentation verglichen. Die Resultate sind in der Abb. 10.3 dargestellt. Das Modell reproduziert den Zusammenhang mit relativen Abweichungen von $3 \cdot 10^{-3}$, was außerhalb der angestrebten Genauigkeit liegt. Trotz dieser Abweichungen von den Messdaten, kann das Modell benutzt werden, um die Frage der Abhängigkeit der Kalibrierung von der Bestromung des WLS zu untersuchen, wenn man die relative Änderungen der Kalibrierung für die verschiedenen Einstellungen berechnet. Beschränkt man sich dabei auf den Bereich um $B_{max} = 6.8 T$, für den das Modell optimiert wurde, ändert sich beim Wechsel von der ursprünglichen Bestromung auf die aktuelle der Faktor B_{max}/B_c weniger als 10^{-4} . Das deutet darauf hin, dass der Effekt vernachlässigbar ist und die ursprüngliche Kalibrierungskurve verwendet werden kann.

Ein großes Problem für die Radiometrie am PTB-WLS stellen die z.Z. defekten NMR-Sonden für die Feldmessungen im Hauptpol dar. Es gibt jedoch bei BESSY ein baugleiches Zwillingsgerät (PSF-WLS) für die Protein-Struktur-Kristallographie. Dieses Gerät wurde benutzt, um für die eingestellten Ströme die zugehörigen Magnetfeldwerte zu bestimmen. Es zeigte sich, dass das Modell die Messwerte für Feldstärken zwischen $6 T - 7 T$ mit einer Genauigkeit im Bereich von 10^{-3} reproduzieren kann. Dies ist ausreichend, um z.B. die Trajektorie hinreichend genau zu berechnen, nicht jedoch für die angestrebte Genauigkeit bei der Berechnung der Strahlungsspektren. Deshalb werden hierfür die Messwerte der NMR-Sonde zusammen mit der Kalibrierkurve des Herstellers des PSF-WLS benutzt.

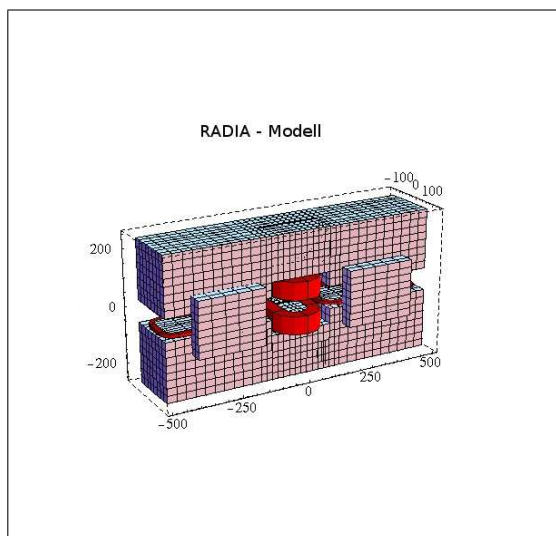


Abbildung 10.2: 3D-Modell des PTB-WLS

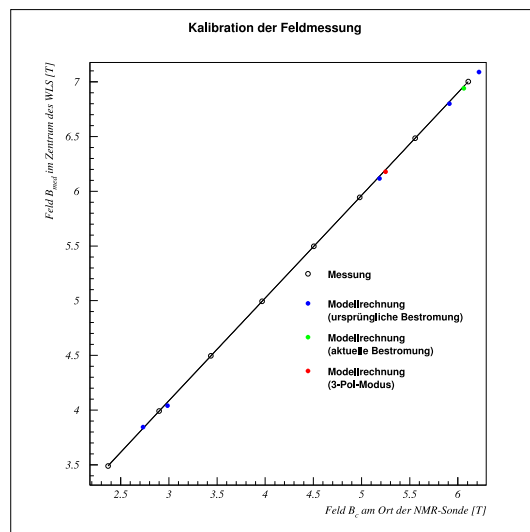


Abbildung 10.3: Kalibrierung der Feldmessung am Quellpunkt im Vergleich mit Modellrechnungen

10.3 Trajektorien und Lage der Quellpunkte

10.3.1 Aktuelle Bestromung

Die komplizierte Magnetfeldkonstellation des PTB-WLS mit den Korrekturmagneten und den Sextupol-Steerern macht eine genaue Berechnung der Elektronenbahn schwierig, da es keine durchgängige Feldmappe der gesamten Konfiguration gibt. Eine andere Schwierigkeit besteht darin, dass lediglich zwei Strahllagemonitore, je einer vor und hinter den Korrekturmagneten, sowie ein Synchrotronstrahlungsmonitor zur Strahllagemessung in der geraden Strecke zur Verfügung stehen. Die Bestimmung des Quellpunktes aufgrund von Strahllagebestimmungen vor und hinter dem WLS und entsprechenden Trackingrechnungen sind daher nur näherungsweise möglich. Das führt jedoch nicht zwangsläufig zu Problemen mit der Radiometrie, denn die longitudinale Position des Quellpunktes¹ ist durch Messmarken einerseits und durch den Ort andererseits, vom dem die härteste Strahlung kommt, definiert. Wenn man durch Vermessen der räumlichen Strahlcharakteristik z.B. bei Energien um 100 keV ein Maximum findet, kann man davon ausgehen, dass diese Strahlung vom gesuchten Quellpunkt in der Mitte des Gerätes stammt. Dies gilt auch dann, wenn die Steigung des Strahls am Quellpunkt einen endlichen Wert annimmt. Ein Fehlabgleich der Hilfsmagnete ist daher solange tolerabel, wie die Strahlung des Quellpunktes in die Apertur der Messanordnung fällt. Für die aktuellen Einstellungen ist dies jedoch nicht der Fall. Die Abb. 10.4 zeigt die aktuelle Feldkonstellation, die sich aus dem 3D-RADIO-Modell und den Daten der Strahllagemonitore ergibt.

Die oberen drei Graphen zeigen das vertikale Magnetfeld, die Trajektorie und deren Ableitung im Bereich zwischen den Strahllagemonitoren. Eintrittswinkel und -position sind so gewählt, dass Anfang und Ende der Trajektorie mit den Messdaten der Monitore über-

¹„Quellpunkt“ bezieht sich in diesem Zusammenhang auf den Hauptpol.

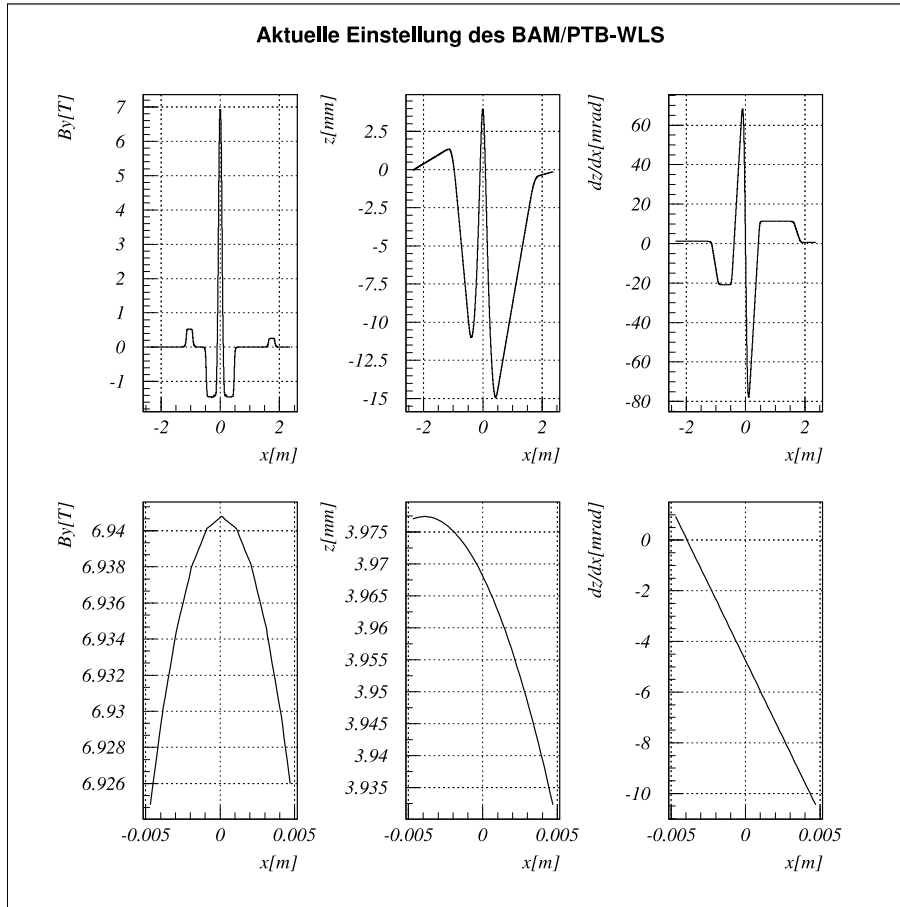


Abbildung 10.4: Aktuelles Feld $B_y(x)$ des WLS, Trajektorie $z(x)$ und ihre Ableitung dz/dx zwischen den angrenzenden Strahlage-monitoren (obere Reihe) und in der Gerätemitte (untere Reihe).

einstimmen. Die unteren drei Diagramme zeigen die gleichen Kurven im zentralen Bereich des WLS. Im Rahmen der Modellrechnungen ergibt sich daraus, dass der Scheitelpunkt der Bahn ca. 3.5 mm vor dem Zentrum des WLS liegt und die Trajektorie im Zentrum eine Steigung von ca. -5 mrad aufweist. Das bedeutet, dass die härteste Strahlung außerhalb der Strahlrohrakzeptanz liegt. Inwieweit die Modellrechnungen diesbezüglich zutreffen, wird weiter unten im Vergleich mit ersten Messdaten diskutiert.

10.3.2 Betrieb des Wellenlängenschiebers im 3-Pol-Modus

Um die im vorherigen Abschnitt beschriebene Problematik der Strahlage zu umgehen bzw. ihren Einfluss zu untersuchen, wurden zum Vergleich auch Rechnungen und erste Messung mit einer Bestromung durchgeführt, bei der die äußeren Zusatzmagnete abgeschaltet werden und der WLS als in sich abgeglichenes, dreipoliges Gerät betrieben wird. Dieser Betriebsmodus wird im folgenden als 3-Pol-Modus bezeichnet. Das zugehörige Magnetfeld und die Teilchenbahn sind in der Abb. 10.5 dargestellt.

Die maximale Feldstärke liegt mit ca. 6.16 T deutlich niedriger als bei der aktuellen Bestromung. Dies ergibt sich, weil für den Abgleich der Bahn, der Strom im Hauptpol verringert

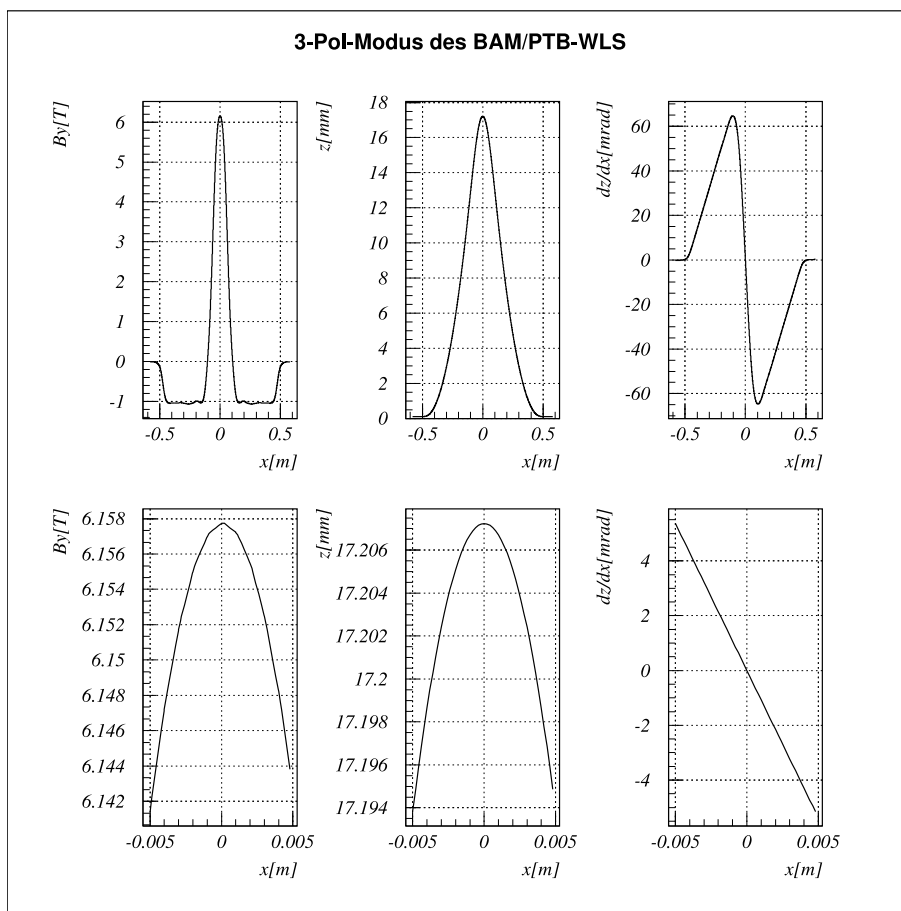


Abbildung 10.5: Feld $B_y(x)$, Trajektorie $z(x)$ und ihre Ableitung dz/dx für den 3-Pol-Modus des RADIA-Modells, dargestellt für das gesamte Gerät (obere Reihe) und die Gerätemitte (untere Reihe).

werden muss. Mit ca. 17.2 mm ist die Ablage im der Gerätemitte, d.h. die transversale Position des Quellpunktes so groß, dass dies bei der Bestimmung der Feldstärke am Quellpunkt berücksichtigt werden muss. Die Spezifikation (vgl. Kap. 8) sieht einen Feldhomogenität von 2×10^{-4} für eine Ablage von ± 15 mm vor. Der gemessene Feldverlauf und die Ergebnisse der Modellrechnungen sind für 6 T und 7 T in der Abb. 10.6 dargestellt. Die Rechnungen wurden auf den max. Wert einer angepassten Cosinus-Funktion normiert.

Der Vergleich zwischen den Messdaten des Herstellers (Budger-Institut, Novosibirsk) und den Modellrechnungen zeigt, dass das Modell den Feldabfall nach außen überschätzt. Sowohl die Messungen als auch die Rechnungen zeigen aber, dass sich die Feldstärke bei der Ablage des 3-Pol-Modus von 17.2 mm signifikant von der in der Gerätemitte unterscheidet. Sie zeigen auch, dass der Unterschied im Feldverlauf für Feldstärken von 6 T bis 7 T mit ca. 10^{-4} vernachlässigt werden kann. Für die Auswertungen der Messungen im 3-Pol-Modus wurde die Feldstärke am Quellpunkt entsprechend der an die Messdaten angepasste Cosinus-Funktion verringert. Die Änderung beträgt 0.54 ‰ relativ zu den Werten der NMR-Messung.

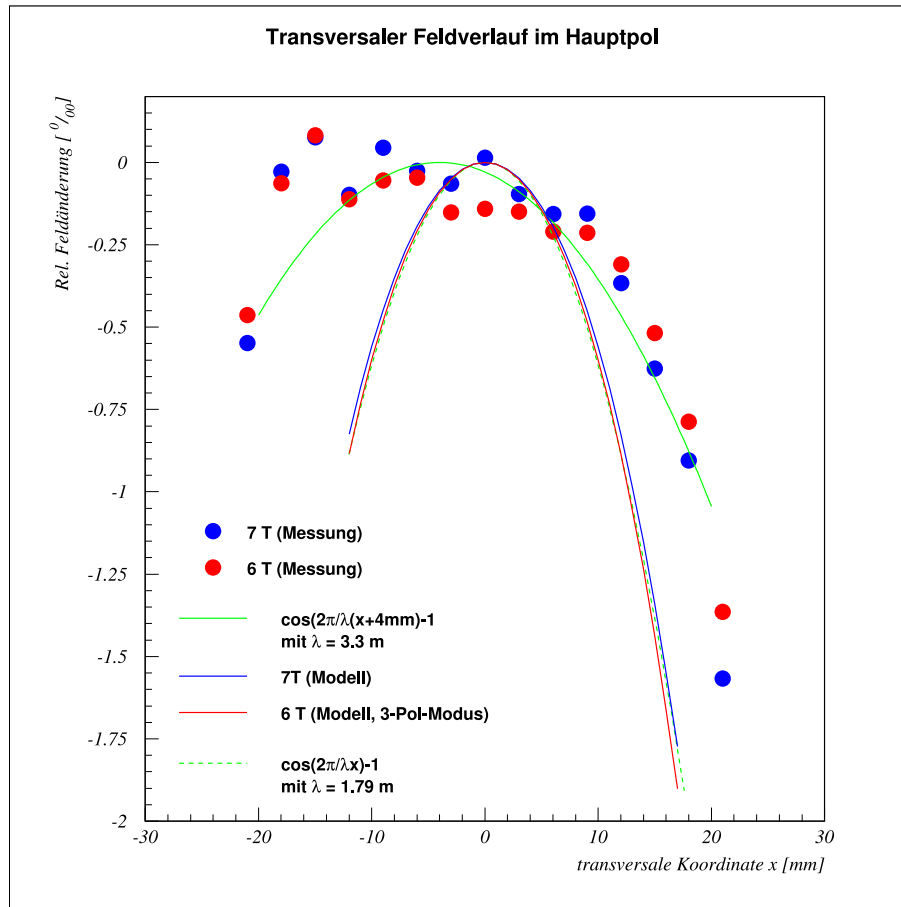


Abbildung 10.6: Transversaler Feldabfall des PTB-WLS

10.4 Messung des Ringstroms und der Strahlenergie

Die Messungen des Ringstroms und der Strahlenergie werden mit etablierten Methoden der PTB [28, 26] mit einer ausreichenden relativen Genauigkeiten von $3 \cdot 10^{-4}$ bzw. $5 \cdot 10^{-5}$ durchgeführt, so dass sie die Gesamtunsicherheit der radiometrischen Messungen nicht merklich beeinflussen.

10.5 Aufbau des Messplatzes

Der in der nachfolgenden Abbildung skizzierte experimentelle Aufbau ist im Prinzip für alle hier verwendeten Messungen gleich. Die Synchrotronstrahlung des WLS gelangt durch ein Strahlrohr mit einer horizontalen und vertikalen Akzeptanz von ca. $\pm 1.5 \text{ mrad}$ zum Messplatz in der Strahlenschutzhütte. Das Strahlrohr (WLS 0 mrad) ist unter 0° in Verlängerung der geraden Strecke des Ringes aufgebaut. Es enthält aus vakuumtechnischen Gründen Beryllium- und Kaptonfenster sowie Blenden zur definierten Begrenzung des Strahls. Außerdem können Filter in den Strahlengang gebracht werden, um die thermische Belastung des Detektors bei höheren Ringströmen zu vermeiden.

Am Ende des Strahlrohres befindet sich auf einem Messtisch der eigentliche Messaufbau bestehend aus einer Lochblende und bei einigen Messungen auch einem zusätzlichen Kupferfilter sowie einem Reinstgermanium-Detektor². Der Durchmesser des zylindrischen Reinstgermaniumkristall beträgt 25.2 mm , seine Dicke in Strahlrichtung 15 mm . Der Detektor misst die Rate der einfallenden Synchrotronstrahlungsphotonen energiedispersiv mit einer typischen Auflösung von weniger als 500 eV . Die Energiekalibration wurde von der PTB mit monochromatischer Synchrotronstrahlung durchgeführt, so dass Abweichungen bei der Messung der Photonenergie vernachlässigt werden können.

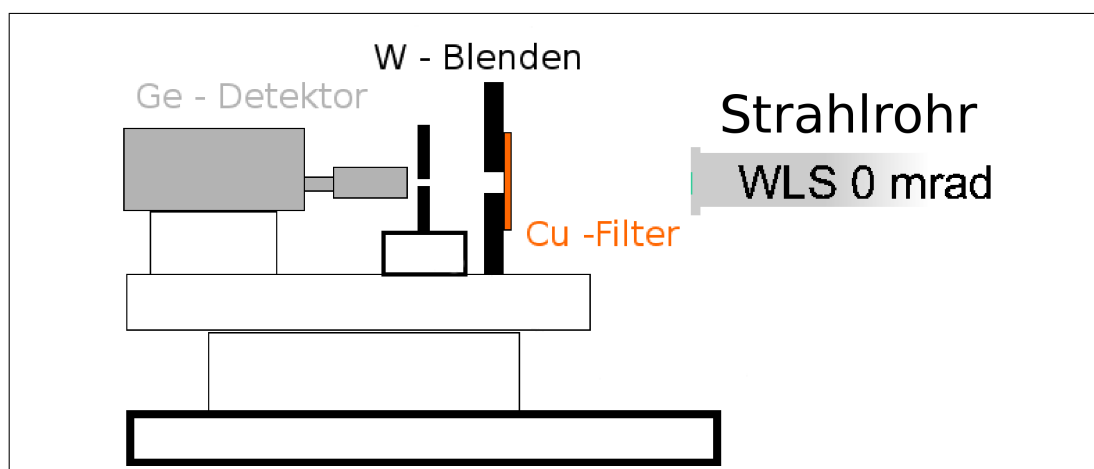


Abbildung 10.7: Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus.

Die Anordnung von Kupferfilter, Blende und Detektor kann ferngesteuert horizontal und vertikal verfahren werden. Die Luft zwischen dem Kaptonfenster, das das Strahlrohr abschließt, und der Lochblende wirkt wie ein zusätzliches Filter, dass bei der Auswertung berücksichtigt werden muss. Der Abstand der Blende zum WLS variiert zwischen den einzelnen Messungen; er beträgt typischerweise um die 34.5 m . Auch der Durchmesser der Blendenöffnungen und die Filterdicken sind für die verschiedenen Messungen unterschiedlich. Sie werden deshalb bei der Diskussion der Ergebnisse separat angegeben.

²Low Energy HPGe-Detector Canberra GL 0515 R

Kapitel 11

Vergleich von Rechnungen und Messungen

11.1 Auswertung der Messungen

Im Laufe des Jahres 2005 wurden erste systematische, radiometrische Messungen am WLS der PTB durchgeführt. Sie dienten vor allem einer ersten Charakterisierung des Strahlrohres und der räumlichen Verteilung der Strahlung. Die hier diskutierten Ergebnisse sind deshalb vorläufig und weisen noch relativ große systematische Unsicherheiten auf. Sie zeigen aber die derzeitigen Möglichkeiten und Grenzen auf und geben die Richtung für die Etablierung des WLS als primäres Strahlungsnormale vor.

Das Ziel der ersten Messung war es, die Homogenität der Strahlung über den Akzeptanzbereich des Strahlrohres zu untersuchen. Ein Vergleich von Messdaten mit WAVE-Rechnungen ist in der Abb. 11.1 zu sehen. Die obere Abbildung zeigt die Abhängigkeit des Photonенflusses von der horizontalen Detektorposition hinter einem 4 mm starken Kupferfilter. Der gemessene Photonенfluss liegt 17 Prozent unter dem berechneten. Dies ist für eine erste Messung nicht problematisch, da keine charakterisierten Filter und Blenden zur Verfügung standen. Die Messdaten und Rechenergebnisse wurden daher im nächsten Diagramm auf den Mittelwert des jeweiligen Datensatzes normiert, um die erwartete und die gemessene horizontale Abhängigkeit des Photonенflusses besser vergleichen zu können.

Bei der Messung wurde eine Lochblende aus 4 mm dickem Blei mit einem Lochdurchmesser von 1 mm verwendet. Das Verhältnis von Durchmesser zu Tiefe des Loches wirkt sich auf das Messergebnis aus, da die effektive Apertur der Blende vom Einfallswinkel der Strahlung abhängt und sich somit ändert, wenn die Blende verfahren wird. Dieser Effekt wird bei der WAVE-Rechnung berücksichtigt. Die Rechnung zeigt, dass für die aktuelle Bestromung des WLS und der damit verbundenen Strahlage (vgl. Abb. 10.4), das Strahlrohr nicht symmetrisch bezüglich der Strahlrohrmitte ausgeleuchtet wird. Hinsichtlich der horizontalen Ausleuchtung des Strahlrohres stimmen Messung und Rechnung im Rahmen der statistischen Fehler überein.

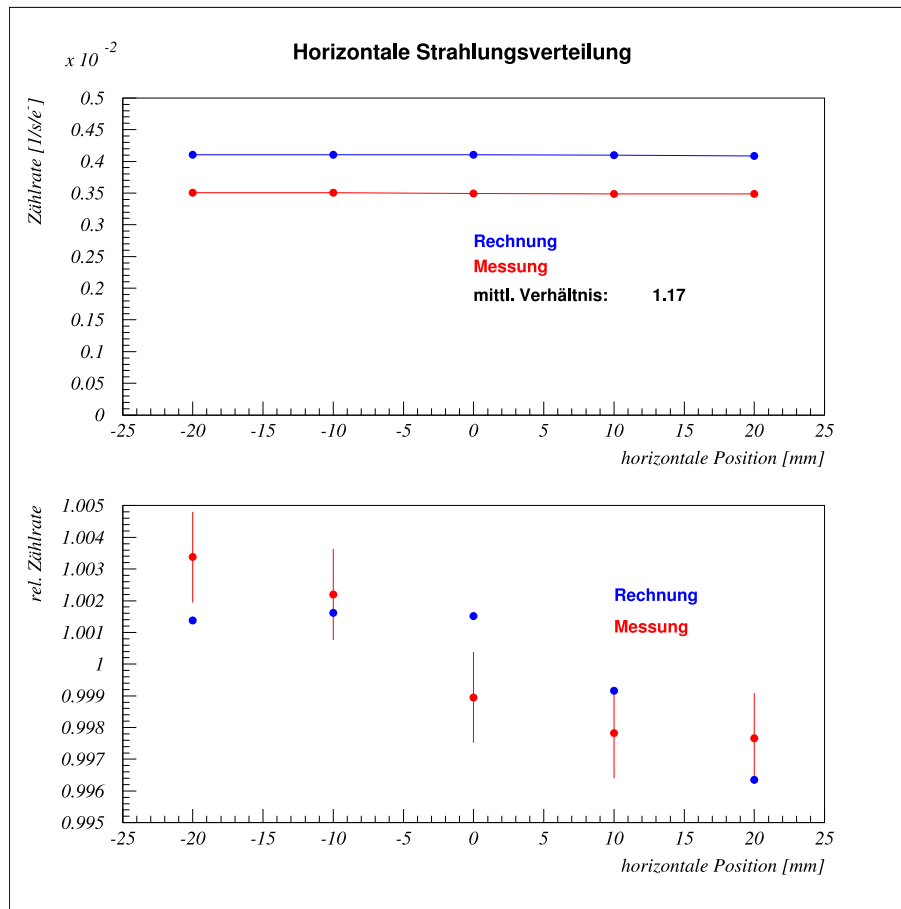


Abbildung 11.1: Abhängigkeit des Photonenflusses von der horizontalen Position des Detektors. Der Photonenfluss wurde hinter einem 4mm-Cu-Filter gemessen und von 90 keV bis 140 keV integriert. Der Durchmesser der Lochblende beträgt 1 mm, der Abstand von der Quelle beträgt 34,525 m. Die Fehlerbalken der Messdaten beziehen sich auf statistische Unsicherheiten der Zählraten von einer Standardabweichung. Die Rechnungen wurden mit WAVE durchgeführt. Im unteren Diagramm sind die Datenpunkte auf den Mittelwert des jeweiligen Datensatzes normiert.

Die Ergebnisse einer weiteren Messung vom August 2005 sind in der Abb. 11.2 dargestellt. Im Vergleich mit der vorhergehenden Abbildung zeigt sich eine deutlich ausgeprägtere Abhängigkeit des Photonenflusses von der horizontalen Position des Detektors. Der Verlauf der Datenpunkte lässt sich für die angenommene Strahlage entweder durch eine horizontale Verkipfung der Blende von etwa 10 – 15 mrad oder durch eine um ca. 3 mrad stärkeren horizontale Strahlneigung in der Mitte des WLS erklären. Da die Blenden für die Messung nicht eingemessen werden konnten, erscheint die angenommene Verkipfung von 15 mrad die plausiblere Erklärung. Zudem wurde die Messungen der Abb. 11.1 und 11.2 mit gleichen Einstellungen der Speicherringoptik durchgeführt, so dass unterschiedliche Strahlagen kaum als Erklärung für die unterschiedlichen Ergebnisse herangezogen werden können. Es gibt

daher keinen Hinweis auf eine falsche Abschätzung der Strahl Lage, wie sie für die aktuelle Bestromung des WLS und der Korrekturmagnete angenommen wird.

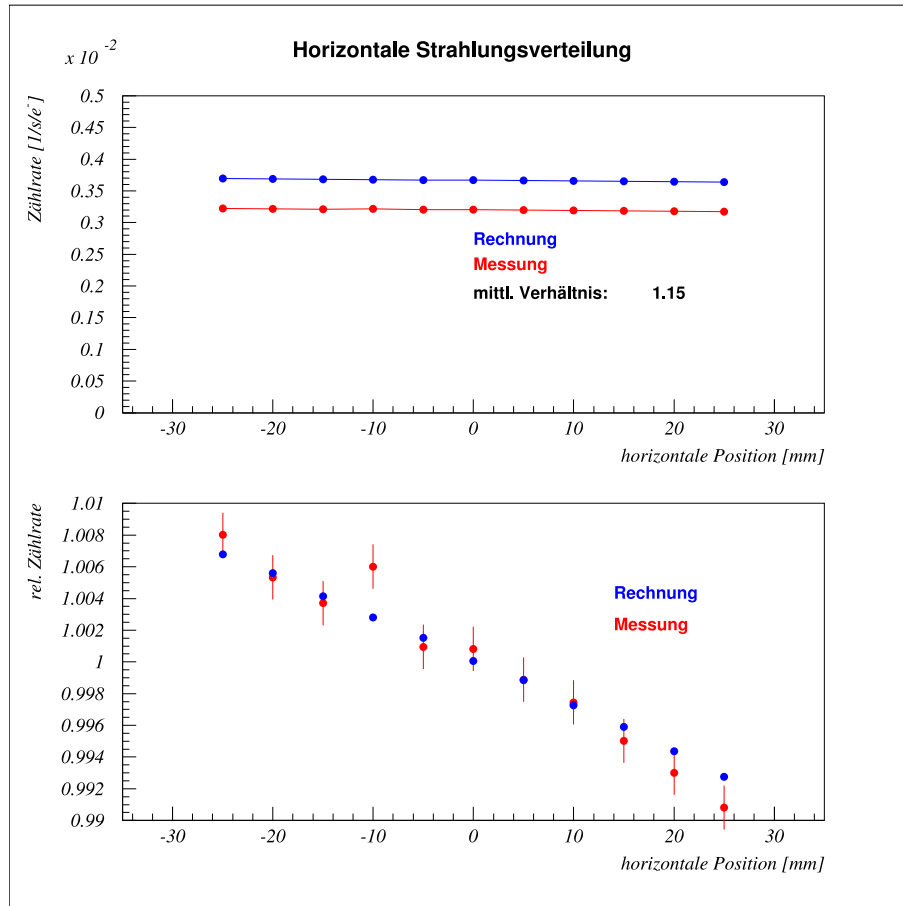


Abbildung 11.2: Abhängigkeit des Photonenflusses von der horizontalen Position des Detektors. Der Photonenfluss wurde hinter einem 4mm-Cu-Filter gemessen und von 90 bis 140 keV integriert. Der Durchmesser der Lochblende beträgt 1 mm, der Abstand von der Quelle beträgt 35.115 m. Die Fehlerbalken der Messdaten beziehen sich auf statistischen Unsicherheiten der Zählraten von einer Standardabweichung. Die Rechnungen wurden mit WAVE durchgeführt. Im unteren Diagramm sind die Datenpunkte auf den Mittelwert des jeweiligen Datensatzes normiert. Bei der Berechnung wurde eine horizontale Blendenverkipfung von 15 mrad angenommen.

Im Rahmen der ersten Charakterisierung der WLS-Strahlrohre wurden auch Messungen des spektralen Photonenflusses mit einem 1 mm dicken Filter vorgenommen. Einen Vergleich der gemessenen und berechneten Spektren vom August 2005 sieht man in der Abb. 11.3. Das obere und mittlere Diagramm zeigen die Spektren mit linearer bzw. logarithmischer Skala. Das Kupferfilter unterdrückt die Strahlung im Bereich weicher Photonen erheblich, so dass das Maximum des Spektrums etwa bei 60 keV liegt, also bei etwa dem sechsfachen der

charakteristischen Energie. Die WAVE-Rechnungen mit Kupferfilter stimmen oberhalb von 30 keV und unterhalb von 110 keV innerhalb von einigen Prozent mit den Messergebnissen überein.

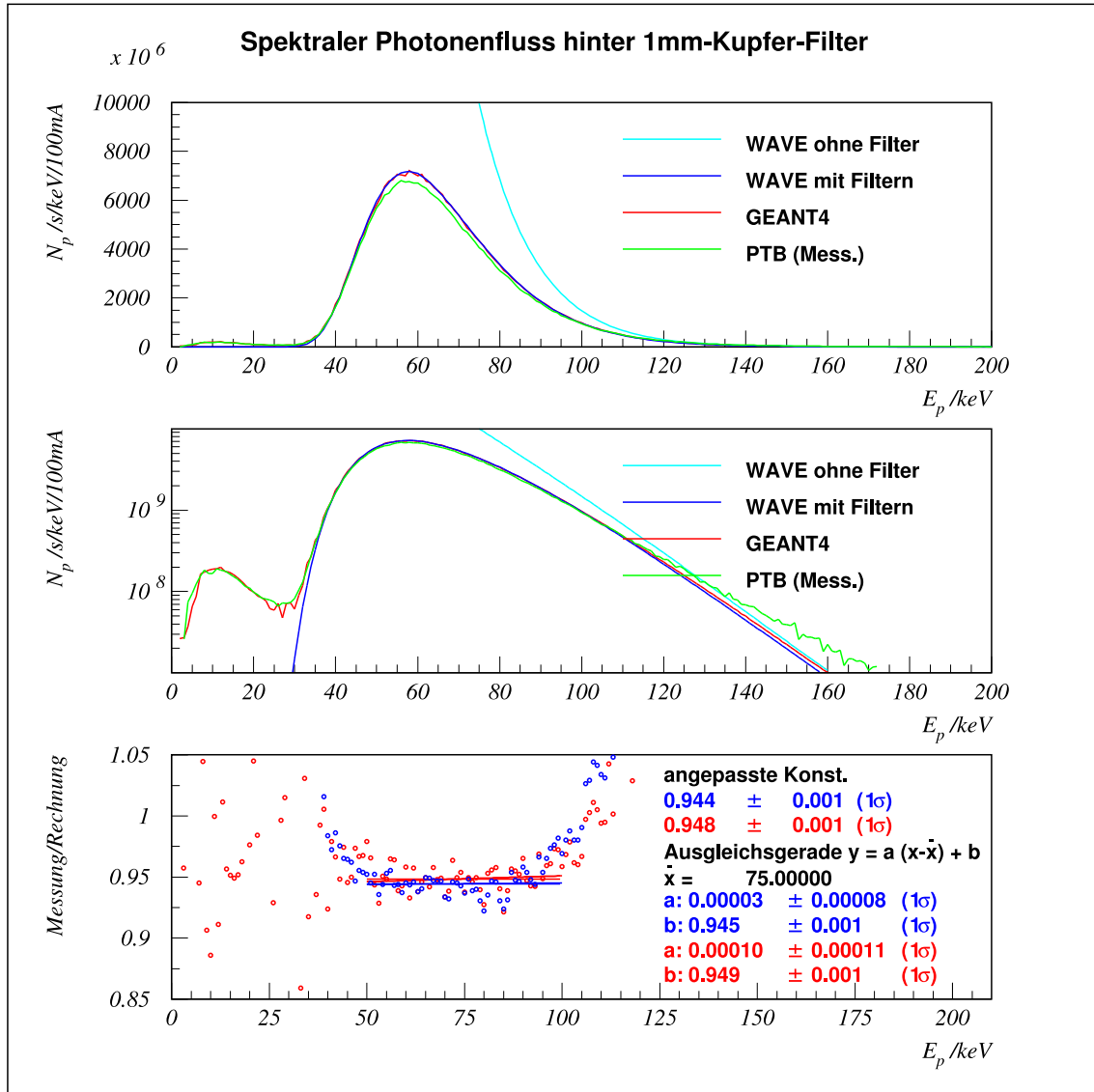


Abbildung 11.3: Gemessene und berechnete spektralen Photonenflüsse und ihre Verhältnisse. Das mittlere Bild unterscheidet sich vom oberen durch die log. Skala. Das untere Diagramm zeigt die Verhältnisse der Messdaten zu WAVE-Rechnungen (blau) und GEANT4-Rechnungen (rot). Den Rechnungen liegen die aktuelle Bestromung des WLS und eine Filterung durch 1.01 mm Kupfer, $100\text{ }\mu\text{m}$ Kapton, 791 mm Luft zugrunde. Der Durchmesser der Lochblende beträgt 2 mm , der Abstand zum Quellpunkt 34.525 m .

Für niedrigere Energie zeigen sich jedoch erhebliche Abweichungen. Der Grund liegt darin, dass WAVE den Einfluss des Detektors auf die Messergebnisse nur durch Multiplikation mit einer Energieabsorptionskurve¹ und nicht über eine Faltung berücksichtigen kann. Dadurch

¹Die Datei für die Energieabsorptionskurve wurde mit dem Programm REFLEC [25] erzeugt.

werden Effekte wie Compton-Streuung oder Effekte durch Sekundärteilchen, z.B. Fluoreszenzphotonen nicht erfasst. Die grünen Kurven repräsentieren die Messungen. Die auffällige, scheinbare Überhöhung des Photonenflusses im Bereich weicher Strahlung ist auf die obengenannten Effekte zurückzuführen. Im Bereich harter Photonen zeigt der Detektor eine Überhöhung des Signals, was möglicherweise auf Probleme in der Messelektronik zurückgeht.

Um die Effekte des Detektors besser berücksichtigen zu können, wurde ein Programm auf Basis des Monte-Carlo-Codes GEANT4 [41] erstellt. Dazu wurde ein Ereignisgenerator programmiert, der Synchrotronstrahlungsphotonen erzeugt. Das Programm liest dazu eine mit WAVE berechnete Trajektorie ein und erzeugt mittels der Schwinger-Formel Photonen, die in Spektrum und räumlicher Verteilung mit den entsprechenden Verteilungen der WAVE-Rechnungen übereinstimmen. Das Monte-Carlo-Programm verfolgt dann die einzelnen Photonen unter Berücksichtigung der Streu- und Absorptionsprozesse und berechnet so die Spektren der im Detektor deponierten Energie. Die Ergebnisse dieser Rechnungen (im folgenden kurz GEANT4-Rechnungen genannt) sind ebenfalls in der Abb. 11.3 dargestellt. Sie stimmen gut mit den Messergebnissen und den WAVE-Rechnungen überein. Das besondere an den GEANT4-Rechnungen ist, dass sie auch die physikalischen Prozesse im Detektor für den Energiebereich unterhalb von 30 keV beschreiben können, der maßgeblich von den genannten Streuprozessen beeinflusst wird.

Zum besseren Vergleich sind im unteren Diagramm die Verhältnisse von Messdaten zu berechneten Daten dargestellt. Der interessante Bereich des Spektrums, der nicht durch die Einflüsse des Filters und das Detektorrauschens dominiert wird, liegt etwa zwischen 50 keV und 100 keV . Für diesen Bereich wurden Ausgleichsgeraden bzw. Normierungskonstanten angepasst und in das untere Diagramm eingezeichnet. Man findet eine Abweichung von Messung und Rechnung in der Normierung von etwa fünf Prozent. Da keine charakterisierten Blenden und Filter bei der Messung verwendet wurden, ist diese Abweichung im Rahmen der zu erwartenden experimentellen Unsicherheiten.

Die Abweichungen zwischen den Berechnungen mit WAVE und GEANT4 liegen bei ca. 0.5 Prozent. Sie sind auf die Unterschiede bei der Behandlung der Filter und des Detektors zurückzuführen, denn bei Vergleichsrechnungen mit weißer Synchrotronstrahlung liegt die Übereinstimmung bei 0.1 Prozent. Für präzise Berechnungen ist ein Monte-Carlo-Code wie GEANT4 im Prinzip gut geeignet; um eine mit den Messdaten vergleichbare statistische Unsicherheit zu erzielen, sind allerdings Rechenzeiten von mehreren Tagen notwendig. Daher lassen sich systematische Studien z.B. für verschiedene Blendenkippen, Emittanzwerte etc. vorerst nicht mit GEANT4 durchführen. Die Rechenzeit mit WAVE beträgt hingegen nur einige Sekunden.

Eine interessante Möglichkeit bietet sich, wenn man die Antwortfunktion des Detektors als Funktion der Photonenenergie mit GEANT4 bestimmt und innerhalb von WAVE in die Berechnung der Spektren einbezieht. Die Antwortfunktion errechnet man dadurch, dass man innerhalb eines Monte-Carlo-Durchlaufs für alle Energiekanäle die am Detektor ankommenden Beiträge und die tatsächlich absorbierten Energiemengen addiert und am Ende die zugehörigen Spektren dividiert. Wegen der Korrelation beider Spektren werden statistische Unsicherheiten vermieden, die durch Fluktuationen bei der Erzeugung der Primärphotonen

entstehen. Dies ist nicht der Fall, wenn man beide Spektren durch zwei getrennte Programmläufe bestimmt, wobei einmal ein schwarzer Körper als Detektor und einmal ein Germaniumkristall verwendet wird. Der Grund liegt darin, dass z.B. jede Streuung im Germaniumdetektor, den Zustand des Zufallszahlengenerators verändert, und somit auch die Verteilung der Primärphotonen der beiden Durchläufe unterschiedlich ausfällt.

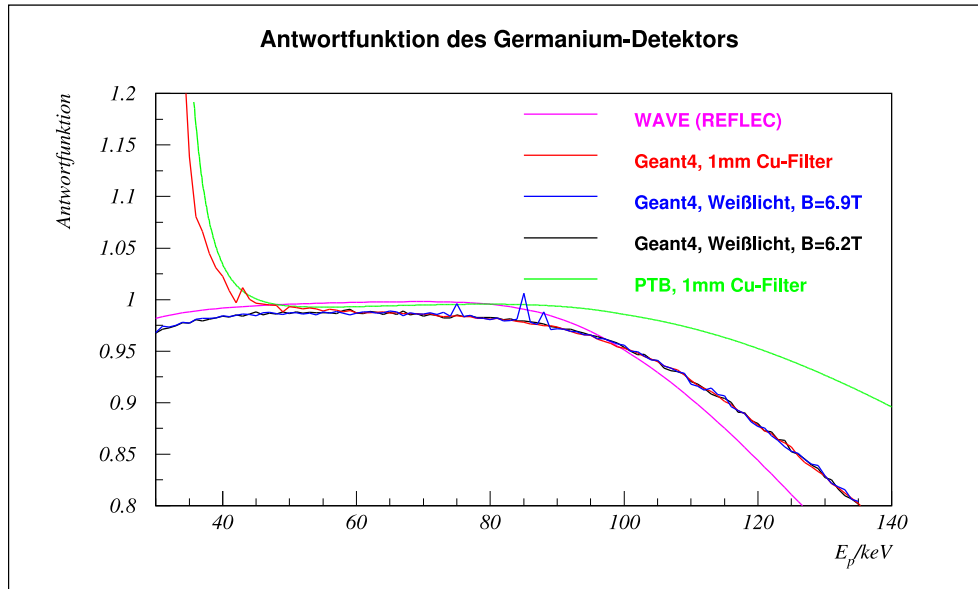


Abbildung 11.4: Antwortfunktion des Germaniumdetektors, wie sie mit GEANT4 für verschiedene Szenarien berechnet wurden. Zum Vergleich ist die Energieabsorptionskurve für Germanium dargestellt, die von WAVE benutzt wird, um den Einfluss des Detektors näherungsweise zu beschreiben. Die dafür verwendeten Daten stammen aus dem Programm REFLEC [25]. Dargestellt ist auch die zugehörige Kurve der PTB, die sich aus einer Faltungsprozedur zur Berücksichtigung der Streuprozesse und einer Korrektur für die endliche Dicke des Detektors ergibt.

Die so berechnete Antwortfunktion des Detektors, gilt strenggenommen nur für identische Szenarien für GEANT4 und WAVE (d.h. gleiche Photonenergien, Detektorgeometrien usw.), da sie multiplikativ und nicht über eine Faltung in die WAVE-Rechnungen eingeht. Sie ist aber nur schwach vom betrachteten experimentellen Aufbau abhängig, solange eine ausreichende Zahl primärer Photonen den Detektor trifft. Dies sieht man in der Abb. 11.4. Die Kurven zeigen die Antwortfunktion für verschiedene mit GEANT4 berechnete Szenarien und die von WAVE verwendete Energieabsorptionskurve für Germanium. Mit Ausnahme der Antwortfunktion für einem 1mm-Cu-Filter decken sich die mit GEANT4 berechneten Kurve sehr gut. Und auch die Antwortfunktion für die gefilterte Strahlung stimmt oberhalb von 50 keV gut mit den anderen GEANT4-Kurven überein. Die Abweichung im Bereich unterhalb von 60 keV liegt darin begründet, dass hinter dem Kupferfilter nur eine sehr geringe Zahl von Primärphotonen den Detektor erreicht. Die in diesem Spektralbereich deponierte Energie stammt aus Streuprozessen innerhalb des Detektors und kann deshalb nicht durch eine Korrektur mittels der Energieabsorptionskoeffizienten erfasst werden. Für den hier interessanten Bereich der Photonenergie kann man für WAVE aber die mit GEANT4 für weiße

Synchrotronstrahlung berechnete Antwortfunktion des Detektors benutzen. Da das Monte-Carlo-Programm im Falle von Weißlicht wegen der fehlenden Verluste im Filter nicht so viel Rechenzeit erfordert, kann die Antwortfunktion ggf. auch relativ schnell für verschiedene Szenarien berechnet werden. Vergleicht man die mit GEANT4 für weiße Synchrotronstrahlung berechneten Kurven mit der von WAVE verwendeten Energieabsorptionskurve, sieht man eine gute Übereinstimmung. Im oben betrachteten Spektralbereich von $50\text{ keV} - 100\text{ keV}$ beträgt die Abweichung $0.5 - 1$ Prozent und liegt damit im Bereich der in Abb. 11.3 gefundenen Unterschiede zwischen den GEANT4- und WAVE-Rechnungen. Die Abbildung zeigt auch eine entsprechende Kurve, die sich aus Auswerteprogrammen der PTB ergibt. Im hier diskutierten Energiebereich stimmt sie gut mit der von WAVE verwendeten Antwortfunktionen überein, zeigt aber im Bereich oberhalb von 100 keV deutliche Abweichung zu den Daten von WAVE und GEANT4. Erste Messungen der Antwortfunktion des Detektors durch die PTB werden weiter unten diskutiert.

Neben den gezeigten Messdaten liegen auch noch Ergebnisse einer anderen Messung vom Juli 2005 vor. Bei dieser Messung wurde kein Kupferfilter verwendet, lediglich ein Beryllium- und ein Kaptonfenster und eine Luftstrecke von 70 mm waren im Strahlengang. Die Lochblende hatte einem Durchmesser von 1 mm . Die Ergebnisse sind in der Abb. 11.5 dargestellt. Im Vergleich zu Abb. 11.3 liegt das Maximum der Strahlung jetzt im Bereich der charakteristischen Energie von 13.5 keV des WLS. Die dünnen Filter beeinflussen das Spektrum nur im Bereich unter 20 keV wesentlich. Der interessante, nutzbare Bereich liegt nun bei $20\text{ keV} - 60\text{ keV}$. Auch hier zeigt sich wie in der Abb. 11.3 ein Unterschied in der Normierung, der diesmal etwa 10 Prozent beträgt. Da die verwendete Blende einen Durchmesser von 1 mm bei einer Tiefe von 4 mm hat, ist man allerdings sehr empfindlich auf Verkipnungen, so dass die systematischen Unsicherheiten der Messung hier deutlich größer sind. Bei den WAVE-Rechnungen wurde außer der oben gezeigten Energieabsorptionskurve auch noch eine $2.5\text{ }\mu\text{m}$ dickes Germaniumfilter berücksichtigt, um eine entsprechende Totschicht an der Detektoroberfläche zu simulieren. Über die Schichtdicke lässt sich das Spektrum im Maximum anpassen, so dass die gute Übereinstimmung mit der Messung an diesem Punkt nicht erstaunlich ist. Im Spektralbereich von $20\text{ keV} - 60\text{ keV}$ trägt diese Schicht jedoch kaum bei. Da im Gegensatz zur Messung der Abb. 11.3 kein Kupferfilter verwendet wurde, lassen sich die Unterschiede zwischen den WAVE- und GEANT4-Rechnungen nur durch die Antwortfunktion des Detektors verstehen. Sie entsprechen den Kurven der Abb. 11.4.

Betrachtet man die Ergebnisse der Abb. 11.3 und 11.5, kann man schließen, dass die Normierungsprobleme im Bereich von $5 - 10$ Prozent liegen und nicht durch Unsicherheiten der Filter- oder Detektornachweiswahrscheinlichkeiten erklärt werden können. Sie lassen sich durch Unsicherheiten der nicht charakterisierten und nicht justierten Blenden oder aber auch durch Abweichungen der Feldstärke des WLS oder der Strahlenergie verstehen. Größere Abweichungen bei letzteren würden sich jedoch zusätzlich durch eine endliche Steigung der angepassten Geraden zeigen, die nicht beobachtet wird. Es ist aber auch denkbar, dass sich die Unsicherheiten verschiedener Größen, die die Steigung beeinflussen, kompensieren. Dazu gehört die vertikale Emittanz. Alle diese Größen beeinflussen auch die Normierung, so dass weitere Daten notwendig sind, um die verschiedenen Effekte unterscheiden zu können.

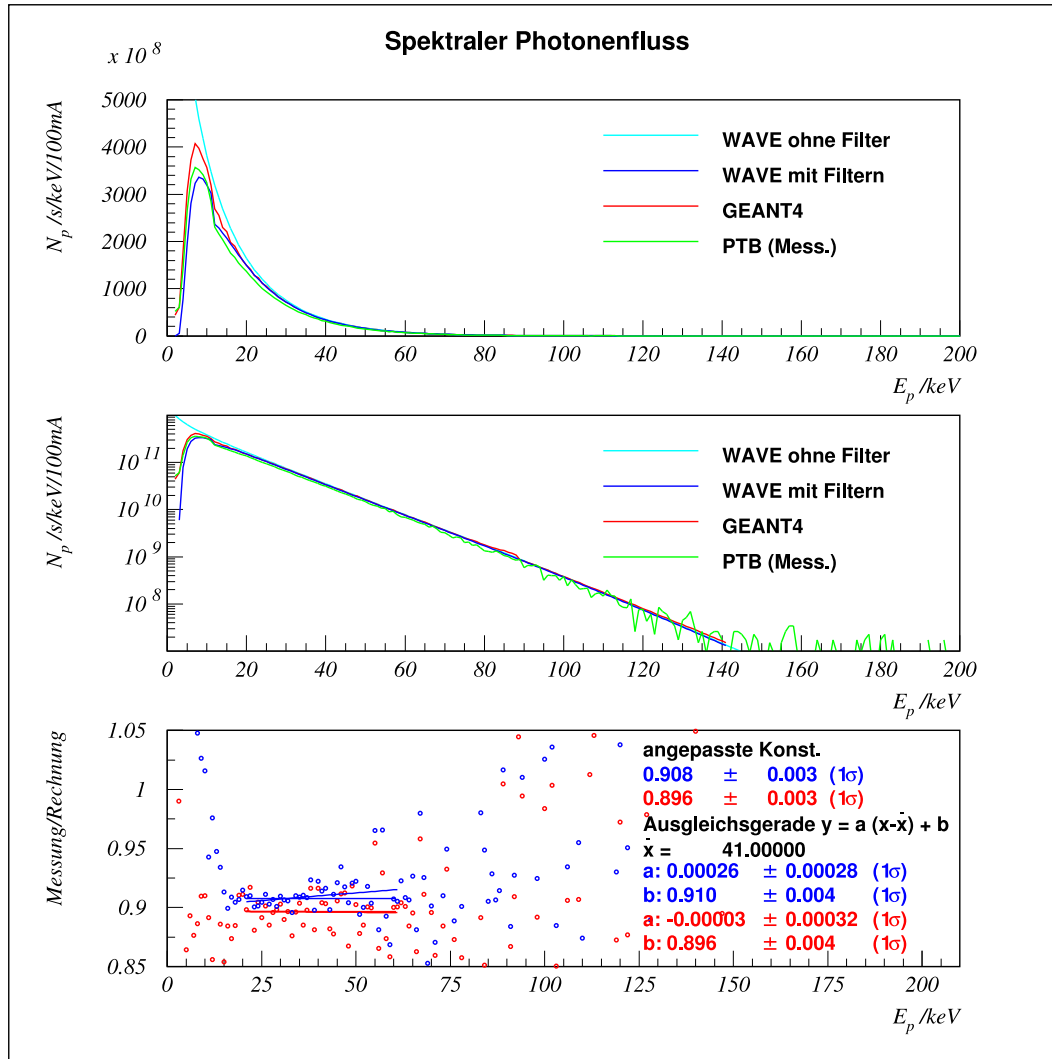


Abbildung 11.5: Berechnete und gemessene spektralen Photonflüsse im Weißlicht für den aktuellen Bestromungsmodus des WLS (hinter 70 mm Luft, 100 μm Kapton und 125 μm Beryllium). Das mittlere Bild unterscheidet sich vom oberen durch die log. Skala. Das untere Diagramm zeigt die Verhältnisse der Messdaten zu WAVE-Rechnungen (blau) und GEANT4-Rechnungen (rot). Der Durchmesser der Lochblende beträgt 1 mm, der Abstand zum Quellpunkt 34.335 m.

Aus diesem Grunde wurden im November 2005 weitere Messungen durchgeführt. Dabei wurde die Bestromung des WLS für den in Abschnitt 10.3.2 beschriebenen 3-Pol-Modus gewählt, um Unsicherheiten aufgrund der Abstrahlrichtung im Zentrum des Hauptpols und der longitudinalen Position des Quellpunktes zu vermeiden. Zudem wurden durch die Verwendung einer Lochblende mit einem Durchmesser von 3 mm die Probleme mit Verkippen der Blende reduziert. Die Blende aus einem Wolfram-Sinter-Material wurde außerdem sehr genau, d.h. mit Unsicherheiten von weniger als einem Mikrometer, vermessen.

Zunächst wurde wie auch bei den Messungen mit der aktuellen Bestromung des WLS die Abhängigkeit des Photonflusses als Funktion der horizontalen Detektorposition bestimmt.

Die Ergebnisse sind in der Abb. 11.6 dargestellt. Erwartungsgemäß liegt das Maximum der Strahlung in der Mitte des Strahlrohres, und auch die Normierung von Messung und Rechnung stimmt mit einer Abweichung von knapp drei Prozent besser überein.

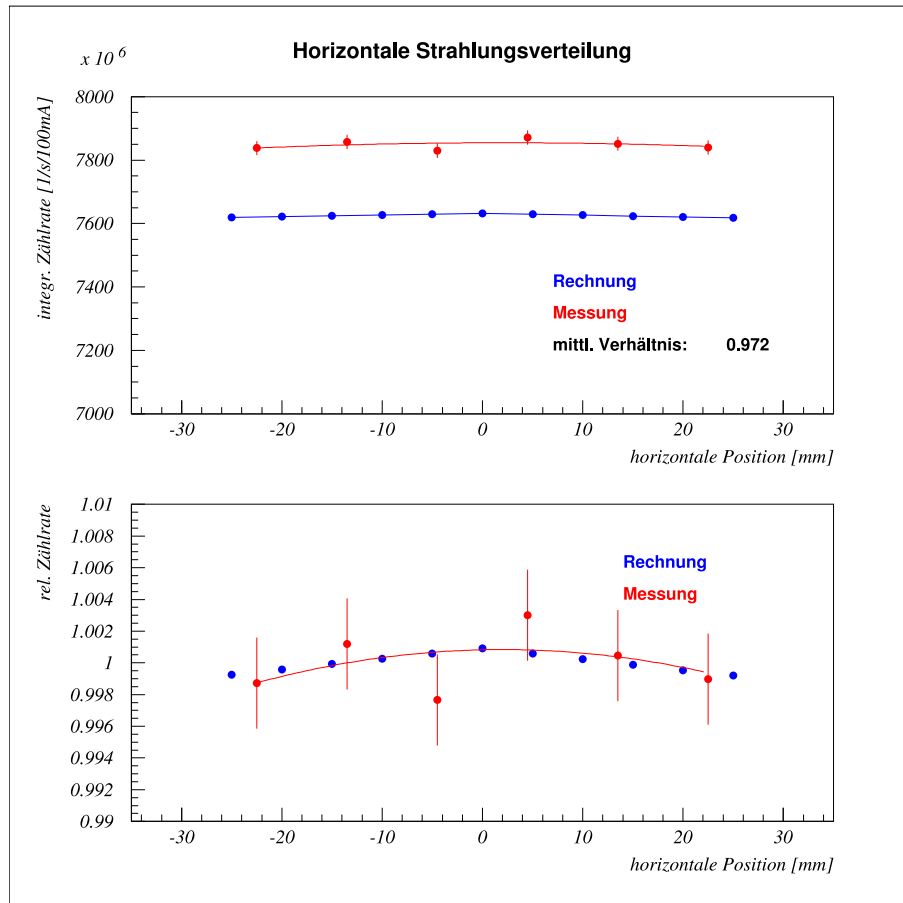


Abbildung 11.6: Abhängigkeit des Photonenflusses von der horizontalen Position des Detektors für den 3-Pol-Betrieb des WLS. Der Photonenfluss wurde hinter einem 4mm-Cu-Filter gemessen und von 90 keV bis 140 keV integriert. Der Durchmesser der Lochblende beträgt 3 mm, der Abstand von der Quelle beträgt 34.335 m. Die Fehlerbalken der Messdaten beziehen sich auf statistischen Unsicherheiten der Zählrate von einer Standardabweichung. Die Rechnungen wurden mit WAVE durchgeführt. Im unteren Diagramm sind die Datenpunkte auf den Mittelwert des jeweiligen Datensatzes normiert.

In diesem Betriebsmodus des WLS wurden nun Messungen des spektralen Photonenflusses ohne Kupferfilter vorgenommen. Die Resultate sind in der Abb. 11.7 dargestellt. Die beiden oberen Diagramme zeigen wieder die Spektren mit linearer bzw. logarithmischer Skala für Messung, WAVE- und GEANT4-Rechnungen, das untere das Verhältnis von Mess- und Rechenergebnissen. Im interessanten Bereich von 20 keV – 80 keV, in dem die Wirkung

der Filter und das Rauschen des Detektors gering sind, wurden Konstanten bzw. Ausgleichsgeraden angepasst. Man sieht, dass die Normierung der Messung, d.h. der y-Abschnitt b der Ausgleichsgeraden bis auf wenige Promill mit denen der Rechnungen übereinstimmt. Allerdings zeigt sich nun eine endliche Steigung a , die mehr als drei Standardabweichungen von Null abweicht. Man sieht auch, dass sich die Normierungen und die Steigungen im Vergleich der WAVE- und GEANT4-Rechnungen unterscheiden. Wie bereits oben diskutiert, liegt der Unterschied in der unterschiedlichen Behandlung des Germaniumdetektors begründet (vgl. Abb. 11.4).

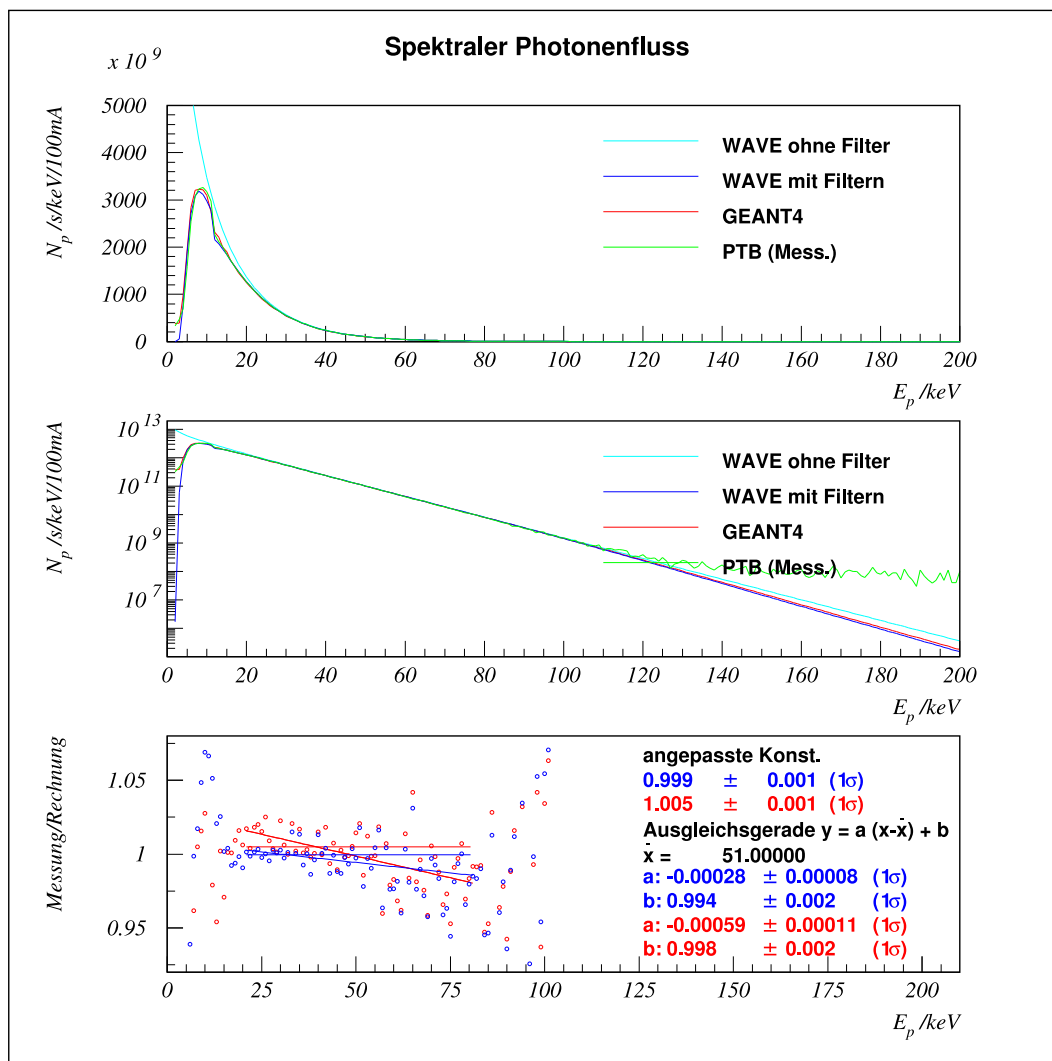


Abbildung 11.7: Berechnete und gemessene spektralen Photonflüsse für den 3-Pol-Betrieb des WLS hinter $125 \mu\text{m}$ Beryllium, $100 \mu\text{m}$ Kapton, 70 mm Luft. Das mittlere Bild unterscheidet sich vom oberen durch die log. Skala. Das untere Diagramm zeigt die Verhältnisse der Messdaten zu WAVE-Rechnungen (blau) und GEANT4-Rechnungen (rot). Der Durchmesser der Lochblende beträgt 3 mm , der Abstand zum Quellpunkt 34.335 m .

Ersetzt man die zunächst von WAVE benutzte Energieabsorptionskurve und die hinzugefügte $2.5\,\mu\text{m}$ dicke Totschicht durch die mit GEANT4 berechnete Antwortfunktion, verringern sich die Unterschiede zwischen den WAVE- und GEANT4-Rechnungen und sind statistisch nicht mehr signifikant. Die Abb. 11.8 zeigt diesen Einfluss der Antwortfunktion noch einmal detailliert.

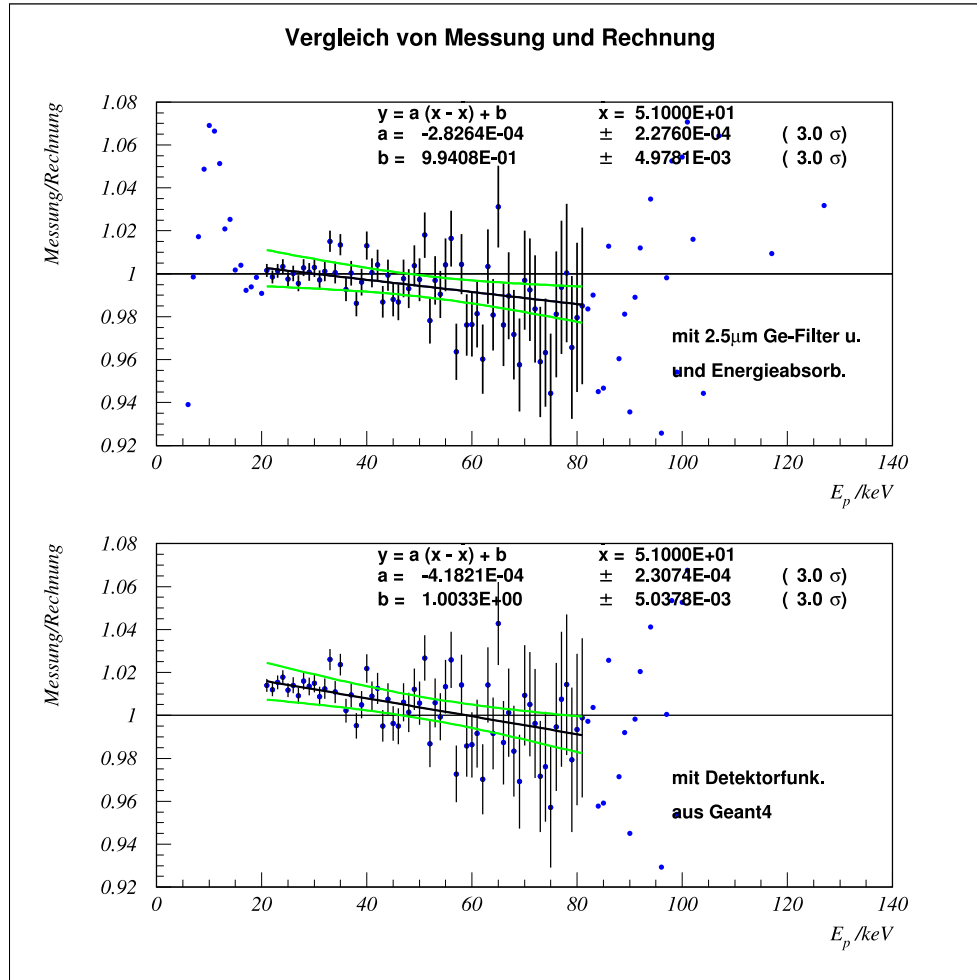


Abbildung 11.8: Vergleich der Messungen im 3-Pol-Modus des WLS mit WAVE-Rechnungen. Im oberen Diagramm wird der Detektor mittels der Energieabsorptionskoeffizienten und eines $2.5\,\mu\text{m}$ dicken Germanium-Filters als Totschicht berücksichtigt. Die Darstellung entspricht dem dritten Diagramm von Abb. 11.7. Im unteren Bild wurde die Antwortfunktion des Detektors aus den GEANT4-Rechnungen verwendet, wie sie die Abb. 11.4 zeigt. Der 3σ -Vertrauensbereich der Ausgleichsgeraden ist grün dargestellt.

Der obere Teil der Abbildung entspricht der unteren Darstellung in Abb. 11.7. Verwendet man in der Datenauswertung statt der Energieabsorptionskoeffizienten die Antwortfunktion des Detektors aus den GEANT4-Rechnungen verändert sich vor allem die Lage der Messpunkte unterhalb von $40\,\text{keV}$, was zu einer deutlich anderen Steigung der angepassten Geraden führt. Dies wird in der abschließenden Diskussion noch aufgegriffen.

11.2 Systematische Unsicherheiten

Das Ziel der radiometrischen Messungen ist es, durch den Vergleich der gemessenen und berechneten spektralen Photonenflüsse die Antwortfunktion des Detektors zu bestimmen. Im Falle der vorliegenden Messungen geht man umgekehrt vor, um den WLS als Strahlungsquelle zu charakterisieren. Dazu verwendet man eine berechnete oder aus empirischen Daten (z.B. Energieabsorptionskoeffizienten) abgeleitete Antwortfunktion und untersucht, ob Messung und Rechnung im Rahmen der statistischen und systematischen Unsicherheiten übereinstimmen.

Die Unsicherheiten der Rechnungen resultieren auf der einen Seite überwiegend aus den Unsicherheiten der Eingangsgrößen Magnetfeldstärke, Strahlenergie, vertikale Emittanz, Fläche der Eintrittsapertur und auf der anderen Seite aus den Unsicherheiten der Antwortfunktion des Detektors. Mit Ausnahme der Fläche der Eintrittsapertur beeinflussen alle diese Unsicherheiten sowohl die Steigung als auch Normierung des Verhältnisses von Messung und Rechnung, so dass sich verschiedene Effekte überlagern und auch kompensieren können.² Die Unsicherheiten aufgrund des Quelle-Detektor-Abstandes und der Strommessung sind so gering, dass sie vernachlässigt werden können (vgl. Tab. 5.1). Die verschiedenen Unsicherheiten sollen nun im Einzelnen betrachtet werden.

- Strahlenergiemessung:

Für die hier gezeigten Messdaten liegen keine expliziten Messungen der Strahlenergie vor. Die Strahlenergie schwankt bei BESSY im Rahmen von 1 MeV . Das entspricht einer systematischen Unsicherheit $\Delta E/E = \pm 2.9 \cdot 10^{-4}$. Für die in den Abb. 11.8 dargestellten Ergebnisse wurde ein Strahlenergie von 1.7185 GeV angenommen.

- Magnetfeldmessung:

Wegen der ausgefallenen NMR-Sonden kann die magnetische Induktion am Quellpunkt nicht mit der gewünschten Genauigkeit von 10^{-4} bestimmt werden. Für die Rechnungen wurden die Magnetfeldwerte deshalb vom Zwillingsgerät der PSF übernommen. Welche Unsicherheit damit verbunden ist, kann nicht genau ermittelt werden. Hier soll ein Wert von $\Delta B/B = 10^{-3}$ angenommen werden. Große Abweichungen im Magnetfeld würden die Steigung und die Normierung der Ausgleichsgeraden deutlich verändern, so dass sie mit einiger Wahrscheinlichkeit ausgeschlossen werden können.

- Vertikale Emittanz:

Für die vorliegenden Rechnungen wurde von einer vertikalen Beta-Funktion von 1 m ausgegangen. Die vertikale Emittanz wurde aus der horizontalen Emittanz von 6 nmrad bei einer Kopplung von einem Prozent mit 0.06 nmrad abgeschätzt. Die Unsicherheiten bei der Bestimmung der vertikalen Emittanz bzw. der vertikalen Quellgröße sind hoch, da die Beta-Funktionen, die Kopplung und die Stördispersion nicht genau bekannt sind. Es kann daher nicht ausgeschlossen werden, dass Quellgröße bzw. -divergenz doppelt so groß sind. Allerdings liegt der Einfluss der Emittanz auf die gezeigten Ergebnisse deutlich unterhalb eines Prozents, so dass diese Unsicherheit nicht sehr stark beiträgt.

²Strenggenommen kann auch eine Blendenverkipfung die Steigung beeinflussen, da durch die Verkipfung ein keilähnlicher Rand der Apertur entsteht, so dass für harte Photonen die effektive Apertur größer sein kann als für weiche.

- Eintrittsapertur:

Die Eintrittsblende wurde vermessen, so dass Unsicherheiten bei der Bestimmung des Blendendurchmesser vernachlässigt werden können. Anders sieht es bei der Bestimmung des Verkippungswinkels aus. Dieser konnte nicht gemessen werden, so dass die Unsicherheit zu einigen Millirad abgeschätzt wird. Eine Verkippung von 1 mrad entspricht einer Änderung der Normierung von 1.7 ‰ , eine von 5 mrad einer Änderung von 8.5 ‰ . Da sich eine Verkippung der Blende in erster Näherung als globaler Normierungsfaktor zeigt und das Verhältnis von Messung und Rechnung einseitig nach unten beeinflusst, wird angenommen, dass im Falle der Ergebnisse der Abb. 11.8 Verkippungen keine Rolle spielen.

Variiert man diese systematischen Unsicherheit so, dass für den resultierenden systematischen Fehler die Steigung der Ausgleichsgeraden verschwindet, erhält man den im oberen Bild der Abb. 11.9 dargestellten Vergleich von Messung und Rechnung. Die Normierung, d.h. der y-Abschnitt der Geraden zeigt jetzt eine Abweichung von zwei Prozent.

Das untere Diagramm zeigt Daten einer Messung, bei der der Detektor mit kalibrierten Photodioden verglichen wurde. Die Messdaten sind noch als vorläufig zu betrachten. Man sieht, dass die Daten schwanken und kein einheitliches Bild zeigen. Die Fehlerbalken entsprechen einer angestrebten Unsicherheit von zwei Prozent, die mit der Streuung der Datenpunkte übereinstimmt. Zum Vergleich ist die Antwortfunktion des Detektors aus der GEANT4-Rechnung eingezeichnet. Man sieht, dass die GEANT4-Ergebnisse gut zu den Datenpunkten der Messung passen.

11.3 Diskussion

Die hier gezeigten Messungen zeigen den Stand der Inbetriebnahme des PTB-WLS als radiometrisch nutzbares Gerät. Aus den obigen Betrachtungen und den beiden Diagrammen kann man folgern, dass die verbleibenden systematischen Unsicherheiten innerhalb von zwei Prozent liegen. Dabei muss man allerdings bedenken, dass die Unsicherheit der Magnetfeldmessung aufgrund der z.Z. nicht zur Verfügung stehenden NMR-Sonde nur geschätzt werden kann. Sieht man einmal davon ab, gibt es keine Hinweise, dass der WLS die angestrebte Genauigkeit des Magnetfeldes von $\Delta B/B = 10^{-4}$ nicht erreicht.

Für eine weitergehende Charakterisierung des WLS ist es sinnvoll, die einzelnen systematischen Unsicherheiten zu reduzieren. Am einfachsten ist es, dazu bei weiteren Messungen gleichzeitig die Strahlenergie zu messen. Unumgänglich ist es wohl auch der Einsatz besserer Blenden. Sie sollten hinterschnitten und vermessen sein, und es sollte eine Justiervorrichtung aufgebaut werden, mit der der Kippwinkel eingestellt werden kann. Durch die Verwendung möglichst großer Blenden können auch die Unsicherheiten, die sich aus der nicht sehr gut bekannten Quellgröße ergeben, verringert werden. Sinnvoll sind sicherlich auch Vergleichsmessungen mit anderen Detektoren, die u.U. mit Radionukliden für einzelne Photonenergien kalibriert werden können.

Obwohl die Charakterisierung des WLS-Strahlrohres noch nicht abgeschlossen ist, zeigen die hier analysierten Daten, dass die Radiometrie im Photonenenergiebereich von 20 keV –

100 keV am WLS mit Unsicherheiten im Prozentbereich bald erreichbar sein sollte.

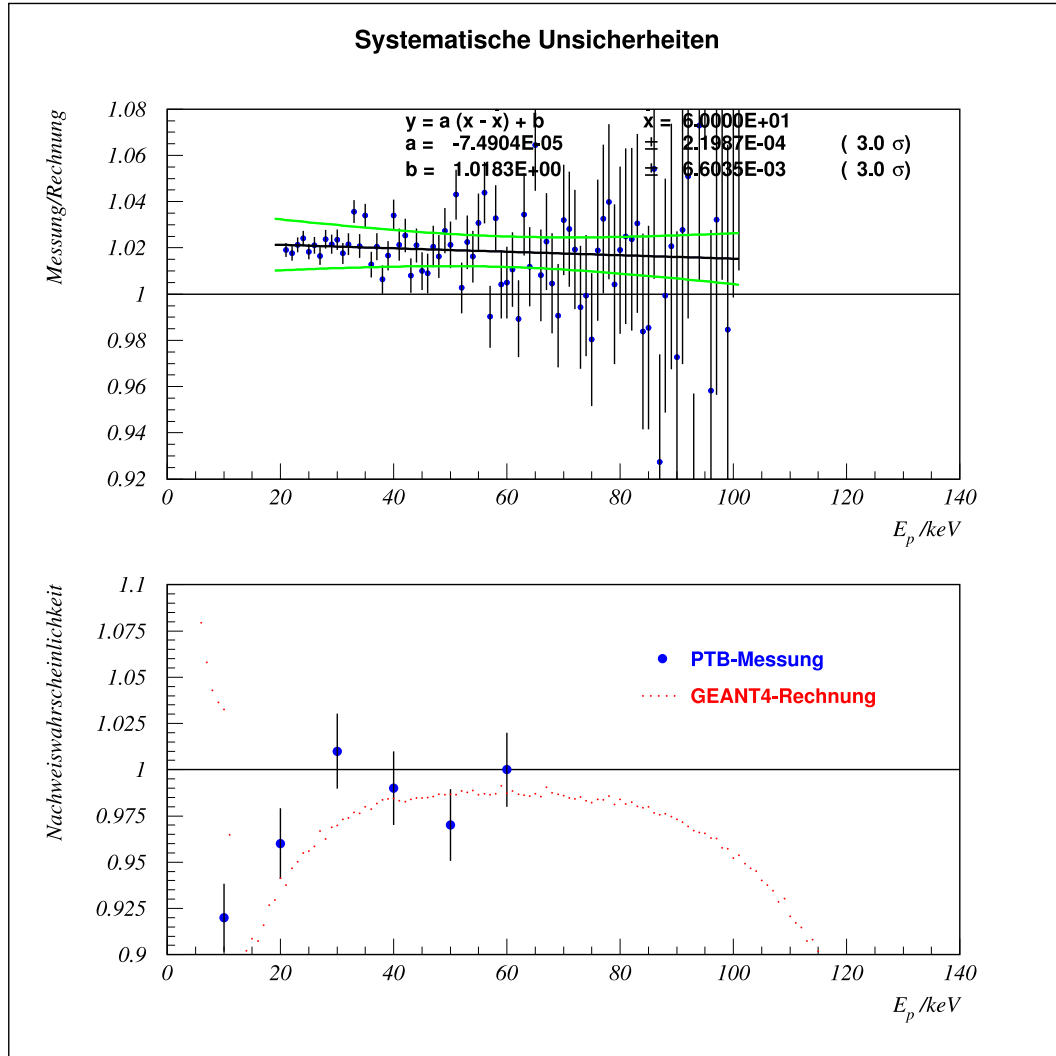


Abbildung 11.9: Das obere Diagramm zeigt das Verhältnis von Messung zu Rechnung für den 3-Pol-Modus des WLS für die im Rahmen der systematischen Unsicherheiten veränderte Strahlenergie ($\Delta E = -0.5 \text{ MeV}$), Magnetfeldstärke ($\Delta B/B = -10^{-3}$) und einer doppelt so großen vertikalen Strahldivergenz. Der 3σ -Vertrauensbereich der Ausgleichsgeraden ist grün dargestellt. Das untere Diagramm zeigt den Vergleich der mit GEANT4 berechneten Antwortfunktion des Detektors mit ersten Messdaten der PTB. Die Fehlerbalken entsprechen einer angestrebten systematischen Unsicherheiten von zwei Prozent.

Eine nach Abschluss dieser Auswertungen erschienene Veröffentlichung der PTB [2], in die Beiträge aus der vorliegenden Arbeit eingeflossen sind, kommt zu ähnlichen Resultaten. Die hier vorgestellten Ergebnisse stimmen im Rahmen der systematischen Unsicherheiten mit denen der Veröffentlichung überein.

11.4 Ausblick

Der Betrieb des WLS im 3-Pol-Modus bei sechs Tesla wird wegen der symmetrischen Teilchenbahn auch nach der Instandsetzung der NMR-Sonden eine Möglichkeit bieten, die systematischen Unsicherheiten der radiometrischen Messungen zu verringern und durch Vergleichsmessungen den Betrieb des WLS bei sieben Tesla zu optimieren.

Der 7-Tesla-Betrieb würde die Nutzbarkeit des Gerätes für die Radiometrie im harten Röntgenbereich erweitern, denn die spektrale Bestrahlungsstärke beträgt dann bei einer Photonenergie von 100 keV das dreifache im Vergleich zum 6-Tesla-Betrieb, bei 150 keV bereits mehr als das fünffache.

Langfristig ist durch eine erneute Modifikation und veränderte Aufstellung der Korrektormagneten wieder eine symmetrische Feldkonfiguration auch für den 7-Tesla-Betrieb anzustreben. Damit ließe sich für harte Röntgenstrahlung ein Primärnormal mit Unsicherheiten unterhalb von einem Prozent erzielen und der PTB und BESSY eine einzigartige Position im Bereich der Radiometrie mit Röntgenstrahlen sichern.

Glossar

Abkürzungen

AHW	Asymmetrischer Halbach-Wellenlängenschieber
BAM	Bundesanstalt für Materialprüfung
BESSY	Berliner Elektronenspeicherring-Gesellschaft für Synchrotronstrahlung
BW	Bandbreite (bandwidth)
HF	Hochfrequenz
CERN	Europäische Organisation für Kernforschung
PTB	Physikalisch-Technische Bundesanstalt
PSF	Protein-Struktur-Fabrik
WLS	Wellenlängenschieber

Formelzeichen

B	Magnetische Induktion
B_0	Maximalwert der magnetischen Induktion, Parameter des WLS-Modells
B_y	Vertikale Komponente der magnetischen Induktion
c	Lichtgeschwindigkeit
C	Ringumfang
C_q	Quantenkonstante
d	Abstand Quelle - Beobachter
dA	differentielles Flächenelement
dN_p/dt	Rate der Photonen
E	Energie der Strahlelektronen
E_e	abgestrahlte Energie eines Elektrons
E_c	charakteristische Energie
E_p	Photonenergie
F	Formfaktor
F_2	Erzeugende-Funktion
f	Brennweite
H	chromatische Funktion
I	Speicherringstrom
I_1, I_2, I_3, I_4, I_5	Strahlungsintegrale

J_x	Damping Partition Number
K	Wigglerparameter, Fokussierung
$K_{1/3}, K_{2/3}$	modifizierte Bessel-Funktionen
k	Wellenzahl $2\pi/\lambda$
l	Bahnlänge
m_0	Ruhemasse
n	Asymmetrieparameter des WLS-Modells, Verhältnis der absoluten Feldstärken von Haupt- und Randpol, Feldgradient
\vec{n}	Einheitsvektor vom Ort des Elektrons zum Beobachter
P	Leistung
p_0	Impuls
R	Abstand Elektron - Beobachter
r_e	klassischer Elektronenradius
\vec{r}	Ortsvektor
s	Bahnkoordinate längs der Sollbahn eines Teilchens
t	Zeit
W	Energie der Strahlelektronen
x	Ortskoordinate im Laborsystem bzw. Teilchenkoordinate im bewegten System
y	Ortskoordinate im Laborsystem bzw. Teilchenkoordinate im bewegten System
z	Ortskoordinate im Laborsystem
α	Twissparameter
β	relativistische Geschwindigkeit bzw. Twissparameter
γ	relativistischer Faktor bzw. Twissparameter
Δ	Abweichung, Differenz
ΔT	Zeitintervall
η	Dispersionsfunktion
ϵ	natürliche Emittanz
ϵ_0	natürliche Emittanz des Ringes ohne WLS
ζ	Integrationsvariable für z
θ	horizontaler Winkel
λ	„Wellenlänge“ der Pole des WLS-Modells
ξ	Integrationsvariable für x
ρ	Biegeradius der Teilchenbahn im Magnetfeld
Σ	Halbe Breite der Normalverteilung für die Emittanzfaltung (Standardabweichung) Summenzeichen
σ	Halbe Breite der Normalverteilung von Strahlgröße und Strahldivergenz (Standardabweichung)
τ	Polarisationszeit
$d\Phi_e/d\Omega$	Strahlstärke bezogen auf ein Elektron
$d\Phi_I/dA$	Bestrahlungsstärke bezogen auf den Elektronenstrom I
$d\Phi_p/d\omega$	spektraler Photonenfluß

Ψ	vertikaler Beobachtungswinkel
$d\Omega$	differentielles Raumwinkelement
ω	Kreisfrequenz
ω_c	Frequenz von Photon der charakteristischen Energie

Danksagung

Für die Unterstützung dieser Arbeit und die gute Zusammenarbeit möchte ich Herrn Prof. Dr. Jaeschke und allen meinen Kollegen danken. Mein besonderer Dank gilt Godehard Wüstefeld, für alles, was ich von ihm gelernt habe. Es hat diese Arbeit erst möglich gemacht. Ebenso danke ich Andreas Gaupp sowie Johannes Bahrdt für die jahrelange freundschaftliche Zusammenarbeit. Ihr Wissen und die Bereitschaft, es zu teilen, waren für mich immer eine große Unterstützung. Für die besondere Unterstützung durch die Physikalisch-Technische Bundesanstalt möchte ich Martin Gerlach, Roman Klein, Michael Krumrey und Gerhard Ulm danken.

Literaturverzeichnis

- [1] SCHEER, M.: *Gutachten zum Einsatz von normalleitenden und supraleitenden Wiggeln im Elektronenspeicherring BESSY II für die Radiometrie*. BESSY mbH, Berlin, nicht veröffentlicht, 1992
- [2] KLEIN, R. ; BRANDT, G. ; CIBIK, L. ; GERLACH, M. ; KRUMREY, M. ; MÜLLER, P. ; ULM, G. ; SCHEER, M.: A superconducting wavelength shifter as primary radiometric source standard in the x-ray range. In: *NIM A* 580 (2007), S. 1536–1543. – <http://adsabs.harvard.edu/abs/2007NIMPA.580.1536K>
- [3] RIEHLE, F. ; WENDE, B.: Establishment of a Spectral Irradiance Scale in the Visible and Near Infrared Using the Electron Storage Ring BESSY. In: *Metrologia* 22 (1986), S. 75. – <http://www.iop.org/EJ/abstract/0026-1394/22/2/002>
- [4] RIEHLE, F. ; WENDE, B.: Ein Elektronenspeicherring als primäres Strahlungsnormale zur Realisierung strahlungsoptischer Einheiten vom Infraroten bis in den Bereich weicher Röntgenstrahlung. In: *Optik* 75 (1987), S. 142
- [5] ARNOLD, D. ; ULM, G.: Electron storage ring BESSY as a source of calculable spectral photon flux in the x-ray region. In: *Rev. Sci. Instrum.* 63 (1992), Nr. 1, S. 1539
- [6] BERLINER ELEKTRONENSPEICHERRING-GESELLSCHAFT FÜR SYNCHROTRONSTRAHLUNG: BESSY II, Eine optimierte Wiggler/Undulator Speicherring-Lichtquelle für den VUV- und XUV-Spektralbereich. BESSY mbH, Berlin, 1989 (II. Teil). – Technische Studie. –
- [7] SCHEER, M. ; WÜSTEFELD, G.: Effects of a Superconducting Wavelength Shifter on the Planned Storage Ring BESSY II, Part I: Canonical Tracking Calculations, Part II: Emittance and Beam Polarization Effects. BESSY mbH, Berlin, 1992 (TB 169). – Technischer Bericht. –
- [8] BOROVNIKOV, V. M. ; DJURBA, V. K. ; FEDURIN, M. G. ; REPKOV, V. V. ; KARPOV, G. V. ; KULIPANOV, G. N. ; KUZIN, M. V. ; MEZENTSEV, N. A. ; SHKARUBA, V. A. ; KRAEMER, D. ; RICHTER, D.: Superconducting 7 T Wave Length Shifter for BESSY-II. In: *NIM A* 467-468 (2001), S. 181–184. – <http://adsabs.harvard.edu/abs/2001NIMPA.467..181B>
- [9] SCHWINGER, J.: On the Classical Radiation of Accelerated Electrons. In: *Phys. Rev.* 75 (1949), S. 1912–1925. – <http://adsabs.harvard.edu/abs/1949PhRv...75.1912S>

- [10] JACKSON, J.D.: *Classical Electrodynamics*. Second Edition. New York : John Wiley & sons, Inc., 1975. – ISBN 0-471-43132-X
- [11] MOLTER, K.: *Experimentelle Untersuchungen zur Berechenbarkeit von Undulatorstrahlung*, Technische Universität Berlin, Diss., 1991
- [12] SCHÄFERS, F.: RAY - the BESSY raytrace program to calculate synchrotron radiation beamlines. BESSY mbH, Berlin, 1996 (TB 202). – Technischer Bericht. –
- [13] BAHRDT, J.: Fourth Order Optical Aberrations and Phase Space Transformation for Reflection and Diffraction Optics. In: *Journal of Applied Optics* 34 (1995), Nr. 1, S. 114–127. – <http://adsabs.harvard.edu/abs/1995ApOpt..34..114B>
- [14] BAHRDT, J.: Wave Front Propagation: Design Code for Synchrotron Radiation Beam Lines. In: *Applied Optics* 36 (1997), Nr. 19, S. 4367–4381
- [15] BAHRDT, J. ; FRENTROP, W. ; GAUPP, A. ; GUDAT, W. ; INGOLD, G. ; KUSKE, P. ; SCHEER, M. ; SASAKI, S.: Elliptically polarizing insertion devices at BESSY II. In: *NIM A* 467-468 (2001), S. 21–29. – <http://adsabs.harvard.edu/abs/2001NIMPA.467...21B>
- [16] WEISS, M. R. ; FOLLATH, R. ; SAWHNEY, K. J. S. ; SENF, F. ; BAHRDT, J. ; FRENTROP, W. ; GAUPP, A. ; SASAKI, S. ; SCHEER, M. ; MERTINS, H.-Ch. ; ABRAMSOHN, D. ; SCHÄFERS, F. ; KUCH, W. ; MAHLER, W.: The elliptically polarized undulator beamlines at BESSY II. In: *NIM A* 467-468 (2001), S. 449–452. – <http://adsabs.harvard.edu/abs/2001NIMPA.467...449W>
- [17] BÄCKER, H.-J. ; BAHRDT, J. ; DÜRR, H.A. ; DÜRR, V. ; EBERHARDT, W. ; GAUPP, A. ; JAESCHKE, E. ; HERTEL, I. ; HOLLDACK, K. ; KHAN, S. ; KRÄMER, D. ; MERTINS, H.-C. ; NOACK, F. ; PEATMAN, W.B. ; REICHARDT, G. ; QUAST, T. ; SCHEER, M. ; SENF, F. ; WILL, I. ; WÜSTEFELD, G. ; SANDNER, W. ; ZHAVORONKOV, N.: Layout of a Femtosecond X-Ray Source at BESSY II. In: *Proceedings of the 2003 Particle Accelerator Conference* Bd. 2, 2003. – ISBN 0-7803-7738-9, S. 836–838. – <http://cern.ch/AccelConf/p03/PAPERS/MPPB005.PDF>
- [18] BAHRDT, J. ; GAUPP, A. ; INGOLD, G. ; SCHEER, M. ; WÜSTEFELD, G.: A Double Undulator for the Production of Circularly Polarized Light at BESSY II. In: *Proceedings of the 5th European Particle Conference* Bd. 3. Bristol and Philadelphia : Institute of Physics Publishing, 1996, S. 2538–2540. – <http://cern.ch/AccelConf/e96/PAPERS/WEFG/WEF003G.PDF>
- [19] SENF, F. ; SAWHNEY, K.J.S. ; FOLLATH, R. ; SCHEER, M. ; SCHAEFERS, F. ; BAHRDT, J. ; GAUPP, A. ; GUDAT, W.: A Plane Grating Monochromator for Circularly Polarized Undulator Radiation at BESSY II. In: *Journal of Synchrotron Radiation* 5 (1998), S. 747–749. – <http://journals.iucr.org/s/issues/1998/03/00/s13459/s13459.pdf>
- [20] BAHRDT, J. ; FRENTROP, W. ; GAUPP, A. ; SCHEER, M. ; GUDAT, W. ; INGOLD, G. ; SASAKI, S.: A quasi-periodic hybrid undulator at BESSY II. In: *NIM A* 467-468 (2001), S. 130–133. – <http://adsabs.harvard.edu/abs/2001NIMPA.467...130B>

- [21] SCHADE, U. ; RÖSELER, A. ; KORTE, E.H. ; SCHEER, M. ; PEATMAN, W.B.: Measured characteristics of infrared edge radiation from BESSY II. In: *NIM A* 455 (2000), S. 476–486. – <http://adsabs.harvard.edu/abs/2000NIMPA.455..476S>
- [22] PEATMAN, W.B. ; SCHADE, U. ; SCHEER, M.: Entscheidungsgrundlage für die Gestaltung des IR-Auslaßsystems an BESSY II. BESSY mbH, Berlin, 2000 (TB 220). – Technischer Bericht. –
- [23] BÜRKMAN, K. ; HUBER, H. ; JAESCHKE, E. ; KRÄMER, D. ; KUSKE, B. ; KUSKE, P. ; MARTIN, M. ; OERTEL, H. ; SCHEER, M. ; SCHULZ, L. ; ULM, G. ; WEIHRETER, E. ; WÜSTEFELD, G.: SC-Wavelength-Shifter for Deep X-Ray Lithography at BESSY I. In: *Proceedings of the EPAC 1992, Berlin, Germany*, 1992, S. 1699 – 1701. – http://cern.ch/AccelConf/e92/PDF/EPAC1992_1699.PDF
- [24] MOLTER, K. ; THORNAGEL, R.: *SCHWINGER-Programm*. PTB, nicht veröffentlicht,
- [25] SCHÄFERS, F. ; KRUMREY, M.: REFLEC - A program to calculate VUV and soft x-ray optical elements and synchrotron radiation beamlines. BESSY mbH, Berlin, 1996 (TB 201). – Technischer Bericht. –
- [26] KLEIN, R. ; KUSKE, P. ; THORNAGEL, R. ; BRANDT, G. ; GÖRGEN, R. ; ULM, G.: Measurement of the BESSY II electron beam energy by Compton-backscattering of laser photons. In: *NIM A* 486 (2002), S. 545–551. – <http://adsabs.harvard.edu/abs/2002NIMPA.486..545K>
- [27] BUDKER INSTITUT OF NUCLEAR PHYSICS: *7 Tesla Wave Length Shifter*. BINP-Documentation, nicht veröffentlicht, 2000
- [28] THORNAGEL, R. ; KLEIN, R. ; ULM, G.: The electron storage ring BESSY II as a primary source standard from the visible to the the X-ray range. In: *Metrologia* 38 (2001), S. 385–389. – <http://www.iop.org/EJ/abstract/0026-1394/38/5/3/>
- [29] FARVACQUE, L. ; LACLARE, J. L. ; ROPERT, A.: *BETA User's Guide, ESRF-SR/LAT 88-08*. 1987
- [30] ROPERT, A.: High Brilliance Lattices and the Effects of Insertion Devices. In: TURNER, S. (Hrsg.): *CAS - CERN Accelerator School and Daresbury Laboratory : Course on Synchrotron Radiation and Free-electron Lasers*. Geneva, Switzerland : CERN, 1990, S. 158. – <http://cdsweb.cern.ch/search?sysno=000025285CER>
- [31] WIEDEMANN, H.: An Ultra-Low Emittance Mode for the PEP Using Damping Wigglers. In: *NIM A* 266 (1988), S. 24–31. – <http://adsabs.harvard.edu/abs/1988NIMPA.266..24W>
- [32] EMERY, L.: *A Wiggler-Based Ultra-Low-Emittance Damping Ring Lattice and its Chromatic Correction*, Stanford University, Diss., 1990
- [33] HELM ET AL. ; SANDS, M.: Evaluation of Synchrotron Radiation Integrals. In: *Preceedings of the Particle Accelerator Conference, San Francisco*, 1973, S. 900 – 901. – http://cern.ch/AccelConf/p73/PDF/PAC1973_0900.PDF

- [34] STEFFEN, K.: Fundamentals of Accelerator Optics. In: TURNER, S. (Hrsg.): *CAS - CERN Accelerator School and Daresbury Laboratory : Course on Synchrotron Radiation and Free-electron Lasers*. Geneva, Switzerland : CERN, 1990, S. 1. – <http://cdsweb.cern.ch/search?sysno=000025285CER>
- [35] WÜSTEFELD, G. ; BAHRDT, J.: Canonical Particle Tracking in Undulator Fields. In: *Proceedings of the 1991 IEEE Particle Accelerator Conference, San Francisco*, 1991, S. 266
- [36] BAHRDT, J. ; WÜSTEFELD, G.: A Taylor-Expanded Generating Function for Particle Motion in Arbitrary Magnetic Fields. In: *Proceedings of the 3rd European Particle Accelerator Conference, Berlin, Germany*, 1992, S. 670. – http://cern.ch/AccelConf/e92/PDF/EPAC1992_0670.PDF
- [37] GOLDSTEIN, Herbert: *Klassische Mechanik*. Frankfurt am Main, Germany : Akademische Verlagsgesellschaft
- [38] SEREDNYAKOV, S.I. ; SKRINSKII, A.N. ; TUMAIIKIN, G.M. ; SHATUNOV, Yu.M.: Study of the radiative polarization of beams in the VEPP-2M storage ring. In: *Sov. Phys. JETP* 44 (1976), S. 1063–1067
- [39] BLONDEL, A. ; JOWETT, J.M.: Wigglers for Polarization. In: ALTARELLI, G. (Hrsg.) ; BLONDEL, A. (Hrsg.) ; COIGNET, G. (Hrsg.) ; KEIL, E. (Hrsg.) ; PLANE, D. (Hrsg.) ; TREILLE (Hrsg.) ; ALEXANDER, G. (Hrsg.): *Workshop on Polarization in LEP*. Geneva, Switzerland : CERN, 1988, S. 216. – <http://cdsweb.cern.ch/search?sysno=000102726CER>
- [40] CHUBAR, O. ; ELLEAUME, P. ; CHAVANNE, J.: A 3D Magnetostatics Computer Code for Insertion Devices. In: *SRI97 Conference, SPring8, Japan*, 1997, S. 481 – 484
- [41] AGOSTINELLIA, S. ET AL.: GEANT4 - A Simulation Toolkit. In: *NIM A* 506 (2003), S. 250–303. – <http://geant4.web.cern.ch/geant4/>

Abbildungsverzeichnis

2.1	Skizze eines supraleitenden Wellenlängenschiebers	3
2.2	Koordinatensystem	5
2.3	Abstrahlung eines WLS	6
2.4	Magnetfeld eines WLS und Teilchenbahn	9
2.5	Integrand zur Berechnung der Synchrotronstrahlung	10
3.1	Programmblöcke von WAVE	11
3.2	Erscheinungsbild von WAVE	12
4.1	Spektrum eines 6T-WLS	17
4.2	Räumliche Verteilung der spektralen Photonenbestrahlungsstärke	18
4.3	Spektrale Bestrahlungsstärke in der Orbitalebene	19
4.4	Einfluss der Randpole auf das Spektrum	21
4.5	Numerische Unsicherheiten der Spektrenberechnung	22
5.1	Unsicherheiten aufgrund der Energie- und Magnetfeldmessung	27
5.2	Unsicherheiten aufgrund von Fehlaufstellungen	28
5.3	Unsicherheiten aufgrund von vertikalen Strahllageschwankungen	29
5.4	Resultierende Unsicherheit	33
6.1	Asymmetrisches Wellenlängenschieber-Modell	36
6.2	Einfluss des WLS auf die Emittanz	45
6.3	Entwicklung des Magnetfeldes des asymmetrische WLS-Modells	55
6.4	WLS-Modell zur Untersuchung der dynamischen Apertur.	59
6.5	Optische Funktionen einer älteren Speicherringoptik	60
6.6	Aktuelle BESSY-II-Optik	61
6.7	Dynamische Apertur für 1 GeV	63
7.1	Thermische Belastung der Ringvakuumkammer	69
8.1	Feldverlauf des optimierten analytischen WLS-Modells	73
9.1	Ursprüngliches Feld und Trajektorie des PTB-WLS	80
9.2	Beispiel einer aktuellen Feldkonfiguration und Trajektorie des PTB-WLS . .	81
9.3	Optik des Speicherringes mit PTB-WLS	82
9.4	Dynamische Apertur des Speicherringes mit PTB-WLS ($dp/p = 0$)	84
9.5	Dynamische Apertur des Speicherringes mit PTB-WLS ($dp \neq 0$)	84
10.1	Anordnung der NMR-Sonden im PTB-WLS	86

10.2	RADIA-Modell des PTB-WLS	87
10.3	Kalibrierung der Feldmessung	87
10.4	Feld und Trajektorie für aktuelle Einstellungen im PTB-WLS	88
10.5	Feld und Trajektorie für den 3-Pol-Modus des PTB-WLS	89
10.6	Transversaler Feldabfall des PTB-WLS	90
10.7	Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus	91
11.1	Horizontale Strahlungsverteilung, Messung vom April 2005	94
11.2	Horizontale Strahlungsverteilung, Messung vom Aug. 2005	95
11.3	Spektraler Photonenfluss für 1mm-Cu-Filterung (aktuelle Bestromung) . . .	96
11.4	Antwortfunktion des Detektors	98
11.5	Spektraler Photonenfluss (Weißlicht, aktuelle Bestromung)	100
11.6	Abhängigkeit des Photonenflusses von der horizontalen Beobachtungsposition	101
11.7	Spektraler Photonenfluss	102
11.8	Spektraler Photonenfluss für verschiedene Antwortfunktionen	103
11.9	Systematische Unsicherheiten des spektralen Photonenflusses	106

Tabellenverzeichnis

5.1	Unsicherheiten des spektralen Photonenflusses	32
-----	---	----

Selbständigkeitserklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig und nur unter Verwendung der angegebenen Quellen und Hilfsmittel angefertigt habe.